Parole chiave: unità di misura usate a Firenze; aree di quadrilateri e di triangoli; triangolo 13-14-15; cerchio e circonferenza; misure volumi solidi; costruzione di muri e di pavimenti; volumi di botti e di tini; uso dei punti per misura di botti e di tini; problemi sui sacchi; calcolo dell'altezza di una torre

GIUSEPPE CIACCHI

Giuseppe Ciacchi è stato un matematico fiorentino vissuto nel XVII secolo: le notizie disponibili su di lui sono pochissime.

Nel frontespizio del suo trattato a stampa è indicato come "P. Giuseppe Ciacchi", dove "P." sta forse per "Padre". Non sappiano se apparteneva al clero secolare o a quello regolare.

REGOLE GENERALI
D'ABBACO

CON LE SVE

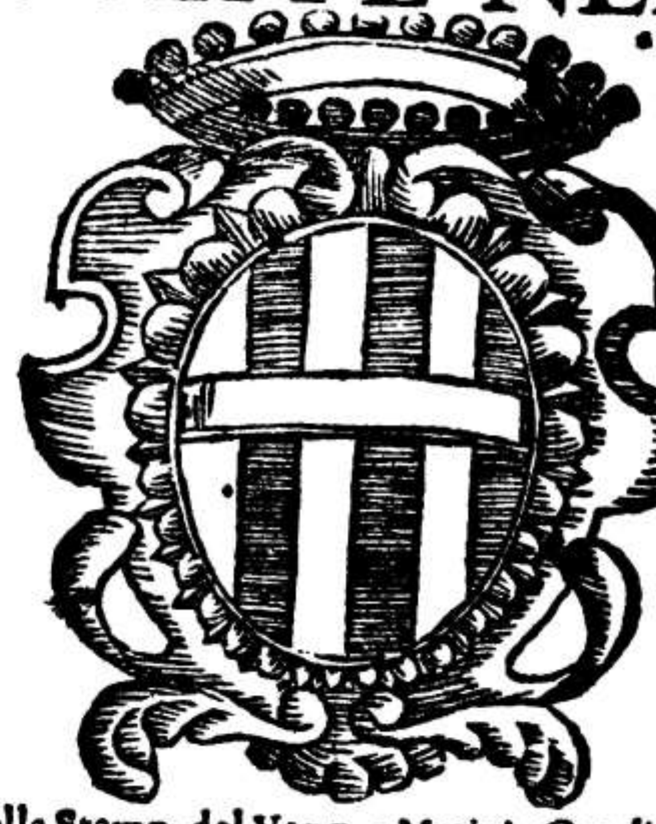
DICHIARAZIONI, E PROVE SECONDO L'VSO
praticato da' più periti Arimmetici;

CON VN BREVE TRATTATO DI GEOMETRIA, E MODI
del misurare le superficie de' terreni, e corpi solidi.

DESCRITTE
DA P. GIVSEPPE CIACCHI FIORENTINO.

DEDICATE

ALL'ILLVSTRISSIMO SIG. MARCHESE
GIVSEPPE NERLI



In Firenze, nella Stamp. del Vang., e Matini. Con lic. de' Sup. [illegible]675
E Privilegio di S.A.S. che nessuno ne' suoi felicissimi Stati le
possa ristampare, e ristampate altroue vendere.

Fra le notizie disponibili su Giuseppe Ciacchi sono quelle contenute nelle pp. 66-67 del volume “I manoscritti Palatini – Vol. III, fasc. 1”, citato in bibliografia. In esse è descritto il Palatino 1057:

Palat. 1057. — [984. — 21, 3].

Cartac., sec. XVII, mm. 188 × 139. Carte 192 delle quali bianche le cc. 1^v, 2^r, 181v–192v. Quelle scritte sono numerate modern. a matita in 190 cc. invece di 181, perchè la c. 96 è segnata due volte e dopo la c. 133 il computo è aumentato erroneamente di una decina. Di più antica numer. irregolare resta soltanto qualche traccia. Scrittura nitida e regolare su 24-26 linee nelle poche pp. piene. L'ultima c. dell'ultimo fascic. è aderente al piatto int. della legatura e su di essa è annotato: *L'Aritmetica del Ciacchi.* Alla c. 1^r si leggono uno dopo l'altro di mani differenti i ricordi di Giangualberto Ignazio Lepri (1759), di M. a Colomba Favi (12 ott. 1777) e di Angiola Lepri.

Legat. in perg. sul dorso a penna il tit. *Libro di Abbaco manoscritto.*

[GIUSEPPE CIACCHI?], Libro di ABBACO. Adesp. e anep.

L'opera contiene dapprima computi di varie monete (c. 2^v). Seguono: a c. 10^r *Schisare di rotti* (riduzione di frazione al minimo comune denominatore), a c. 11^r *Regole de Partitori*, a c. 24^r *Provvisioni a un tanto per Cento, Meriti e sconti*, a c. 29^r varie forme *di partire*, a c. 54^r *Cambi e Baratti*, a c. 69^r *Spacci di Fiera* (cambi correnti), a c. 83^r *Compagnie Semplici e Composte*, a c. 102^r aritmetica *di Rotti e Sani* (numeri frazionari e interi), a c. 118^v *Regole del Tre, del Cinque* e altre, quindi da c. 159^v *Radice Quadra, Cuba, Allegazioni dell'Argento* (a c. 176^r nella proposta di un computo di interessi si trova la data 3 nov. 1686), a c. 180^v *Misure di terreni* e, infine, a c. 181^r una *Memoria* che è un ragguaglio sullo scudo veneziano.

Il Libro deriva molto probabilmente dal p. Giuseppe Ciacchi fiorentino, nominato come s'è visto nel piatto int. della legatura. Di lui sono note le *Regole generali d'abbaco, con le sue dichiarazioni, e prove secondo l'uso praticato da' più periti Arimmetici* (Firenze, 1675) edizione, dunque, anteriore al ms. (cfr. la data cit.). Quest'ultimo può essere, tuttavia, accostato in più parti al libro a stampa nonostante le diversità del contenuto consistenti, sopratutto, nel fatto che le regole senza alcuna esposizione teorica vi si seguono nella forma di risoluzioni di problemi ad esse relativi, mentre l'opera a stampa è un vero trattato in cui la parte teorica precede la pratica con spiegazioni del contenuto di ogni capitolo. È noto che le *Regole* del Ciacchi furono citate tra gli utili esempi *per aver termini e modi propri alle scienze matematiche* (F. Ranalli, *Degli ammaestramenti di letteratura.* Firenze, 1857, vol. I, p. 72) termini e modi che si ritrovano

— 67 — PALAT. 1057-1059

anche nel nostro ms. – Secondo una notizia contenuta nelle *Memorie* di G. B. Fagioli (ms. *Riccardiano* 2696, c.8r) il Ciacchi morì il 25 settembre 1696.
Com. « *Omine optimo initio sumat.* il Ducato corrente si chiama di piccioli, e vale Lire 7 ». – *Fin.* « La lira di piccoli è valutata soldi 20 ».

Il trattato di Ciacchi è diviso in *cinque* Libri: il *quinto* è riservato alla Geometria. La parte iniziale è dedicata alla nomenclatura dei più semplici enti geometrici: punto, linee, superfici, angoli, figure piane e corpi solidi.

Questo articolo tralascia quella parte introduttiva.

I problemi geometrici sono chiamati dall'Autore QUESITI e sono ordinati con numerazione romana.

Almeno il Libro dedicato alla Geometria nel lavoro di Ciacchi sembra avere largamente attinto al trattato "*Pratica d'Arithmetica e Geometria*" del francescano Lorenzo Forestani (1585 – 1623): il lavoro di Ciacchi si pone a un livello inferiore rispetto a quello di Forestani.

<u>*Note*</u>

* Le divisioni sono state rese con il simbolo rappresentato dalla barra: "/".
* I numeri misti usati da Ciacchi non recano il simbolo infisso "+": in questo articolo esso è stato aggiunto per cui "2 ½" è scritto "2 + ½".
* L'unità di misura "braccio quadro corporeo", che è un'unità volumetrica, è stata resa con il più corretto "braccio cubico".
* La maggior parte delle figure è stata ridisegnata cercando di rispettare forme e proporzioni.
* Alcuni argomenti sono ampliati con appositi riquadri graficamente evidenziati e contrassegnati con la dicitura APPROFONDIMENTO.

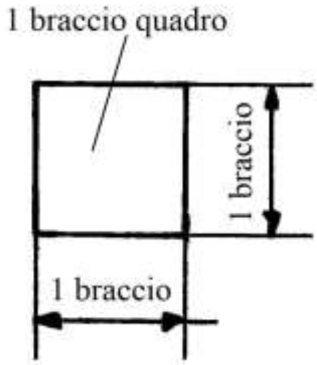
DEL MODO DI MISURARE I TERRENI

Ciacchi richiama le unità usate per misurare la terra "*nel contado di Firenze*".

Essa era misurata in *stiora* che possedeva i seguenti sottomultipli:

* 1 stioro = 12 panora;
* 1 panoro = 12 pugnora;
* 1 pugnoro = 12 braccia quadre.

Un braccio quadro è uno spazio di terra che ha formata quadrata con lati lunghi 1 braccio:



Nota: l'Autore non chiarisce che il braccio usato per i terreni era il *braccio da terra*, lungo i 17/18 del più usato *braccio da panno*, unità impiegata a Firenze per tutti gli altri impieghi.

Uno stioro vale:

1 stioro = 12 panora = 12 * 12 pugnora = 12 * 12 * 12 braccia quadre =
= 1728 braccia quadre.

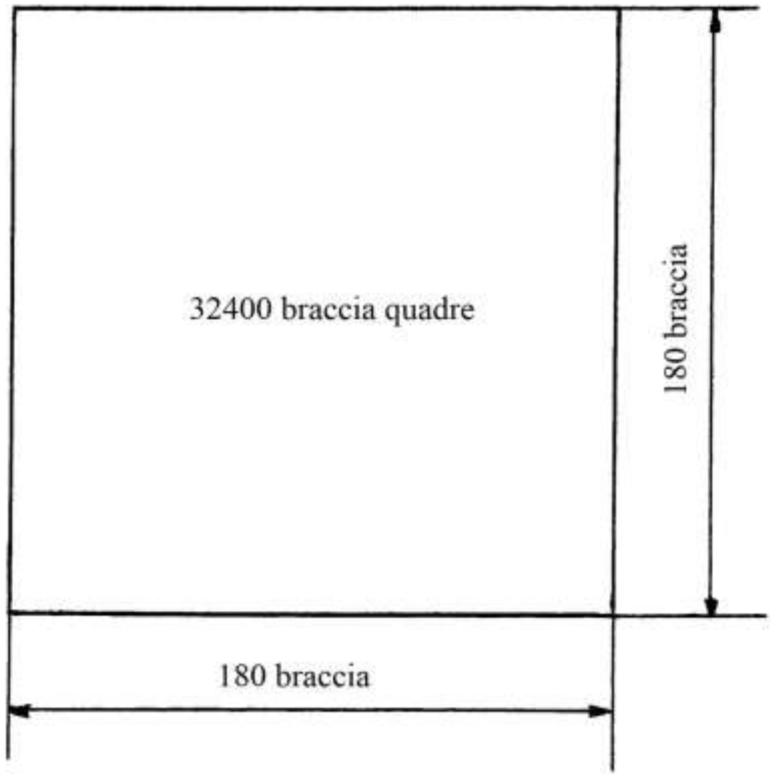
È da notare l'uso della base 12.

Un rettangolo lungo 1728 braccia e largo 1 braccio ha area S uguale a:

S = 1728 braccia quadre = 1 stioro.

QUESITO I

Un campo ha forma quadrata e ha lati lunghi 180 braccia.



L’area S è:

S = 180 * 180 = 32400 braccia quadre.

L’Autore procede poi alla conversione nei multipli del braccio quadro:

S = 32400/12 pugnora = 2700 pugnora = 2700/12 panora = 225 panora =
= 225/12 stiora = (18 stiora + 9 panora).

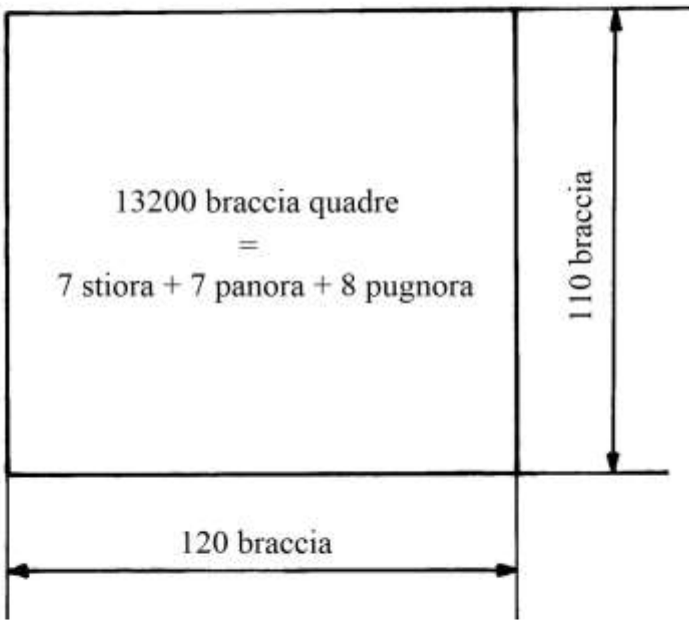
<u>QUESITO II</u>

Un campo ha forma rettangolare: è lungo 120 braccia e largo 110 braccia.
La sua area S è:

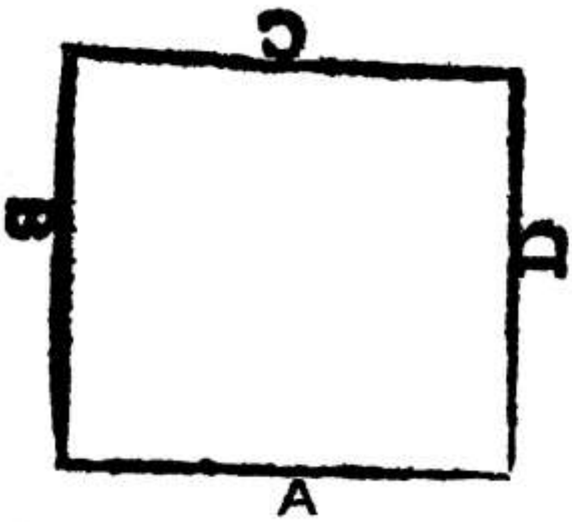
S = 120 * 110 = 13200 braccia quadre.

La conversione nei multipli del braccio quadro fornisce i seguenti risultati:

S = 13200/12 pugnora = 1100 pugnora = 1100/12 panora = (91 panora + 8 pugnora) =
= (91/12) stiora + 8 pugnora = (7 stiora + 7 panora + 8 pugnora).



L'Autore indica i lati con lettere maiuscole:

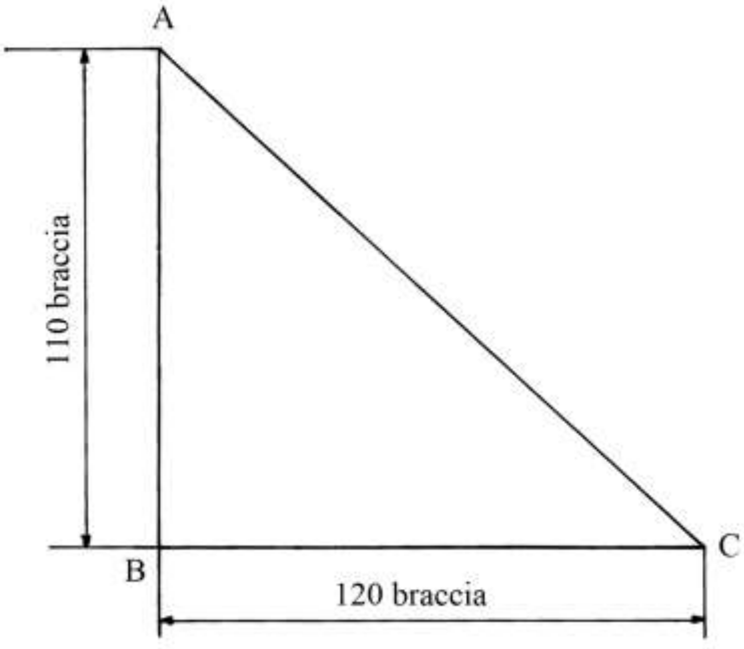


Come è noto, oggi un vertice e non un lato di un poligono viene contrassegnato con una lettera generalmente maiuscola.

<u>QUESITO III</u>

Una campo ha la forma di un triangolo rettangolo con cateto orizzontale BC lungo 120 braccia e il cateto verticale di 110 braccia.

Questo poligono deriva dal precedente problema: l'ipotenusa AC è una diagonale del rettangolo sopra considerato.



È chiesta l'area S del campo che è data da:

$S = AB * BC/2 = 110 * 120/2 = 6600$ braccia quadre.

La conversione nei multipli del braccio quadro dà i seguenti risultati:

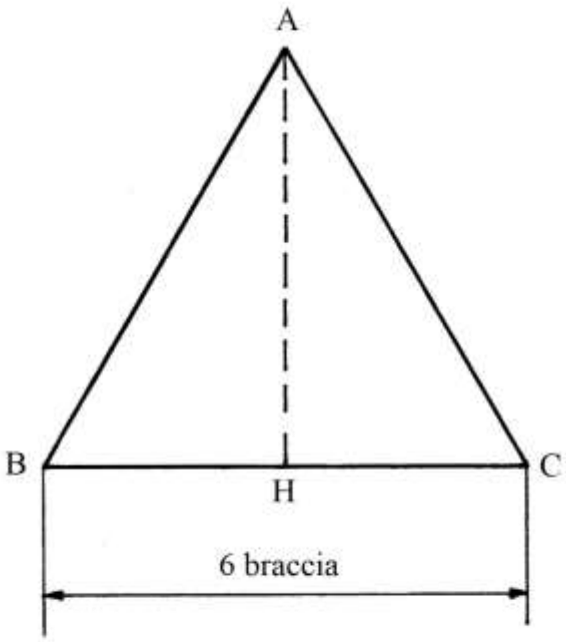
* 6600/12 pugnora = 550 pugnora;
* 550/12 panora = (45 panora + 10 pugnora);
* 45/12 staiora = 3 staiora + 9 panora.

In sintesi, l'area del campo è:

S = (3 staiora + 9 panora + 10 pugnora).

QUESITO IV

Un campo ha la forma di un triangolo equilatero con lati lunghi 6 braccia.



L’Autore propone due differenti metodi per calcolare l’area.

Il primo è una procedura che, con un po’ di confusione, richiama la formula di Erone di Alessandria per il calcolo dell’area di un triangolo generico.

I passi proposti sono i seguenti:

* sommare le lunghezze dei tre lati: $6 + 6 + 6 = 18$ [perimetro];
* dividere per 2: $18/2 = 9$ [semiperimetro];
* sottrarre la lunghezza di un lato [dal semiperimetro] $9 – 6 = 3$;
* moltiplicare per sé stesso: $3 * 3 = 9$;
* moltiplicare per la differenza fra la lunghezza del semiperimetro e quella del terzo lato: $9 * (9 – 6) = 9 * 3 = 27$;
* moltiplicare per il semiperimetro: $27 * 9 = 243$;
* estrarre la radice quadrata: $\sqrt{243} \approx (15 + 3/5)$ braccia quadre, area del triangolo ABC.

Indicando con *S* l’area, con *ℓ* la lunghezza dei lati, con *2 * p* il perimetro e con *p* il semiperimetro, la procedura usata dall’Autore è riassunta nella formula che segue:

$$S = \sqrt{[p * (p - \ell) * (p - \ell) * (p - \ell)]} = \sqrt{[9] (9 – 6)^3]} = \sqrt{(9 * 3^3)} = \sqrt{(9 * 27)} =$$
$$= \sqrt{243} \approx (15 + 3/5) \text{ braccia quadre.}$$

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Anche il secondo metodo richiama un’altra soluzione approssimata sempre dovuta a Erone di Alessandria: questo geometra egizio propose di calcolare l’area di un triangolo equilatero con una semplice formula:

$$S = 13/30 * \text{lato}^2.$$

La procedura proposta da Ciacchi contiene i seguenti passi:

* moltiplicare la lunghezza di un lato per 13: $6 * 13 = 78$;
* dividere per 15: $78/15 = (5 + 1/5)$ braccia, [lunghezza *approssimata* dell’altezza AH];
* moltiplicare la lunghezza dell’altezza per metà di quella della base BC:

$(5 + 1/5) * (6/2) = (15 + 3/5)$ braccia quadre, area del triangolo equilatero ABC.

- APPROFONDIMENTO -

Applicando direttamente la formula di Erone si ha:

$$S = 13/30 * \text{lato}^2 = 13/30 * 6^2 = 13/30 * 36 = 15{,}6 \text{ braccia quadre.}$$

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

La esatta lunghezza di AH è data da:

$$AH^2 = AB^2 – BH^2 = 6^2 – (6/2)^2 = 36 – 9 = 27 \quad \text{e}$$
$$AH = \sqrt{27} \text{ braccia.}$$

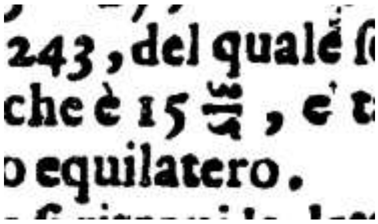
L’area del triangolo ABC è:

$S = AH * BC/2 = \sqrt{27} * 6/2 = \sqrt{27} * 3 = \sqrt{243} \approx 15{,}5884$ braccia quadre, valore che si discosta di pochissimo da quello calcolato con l’aiuto della formula di Erone.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Nel testo che illustra il QUESITO IV compare la curiosa forma grafica – successivamente ripetuta nei testi di altri QUESITI – usata da Ciacchi per rappresentare i numeri misti formati da una parte intera e da una frazionaria.

Lo schema che segue riproduce parte della p. 364 del volume stampato:

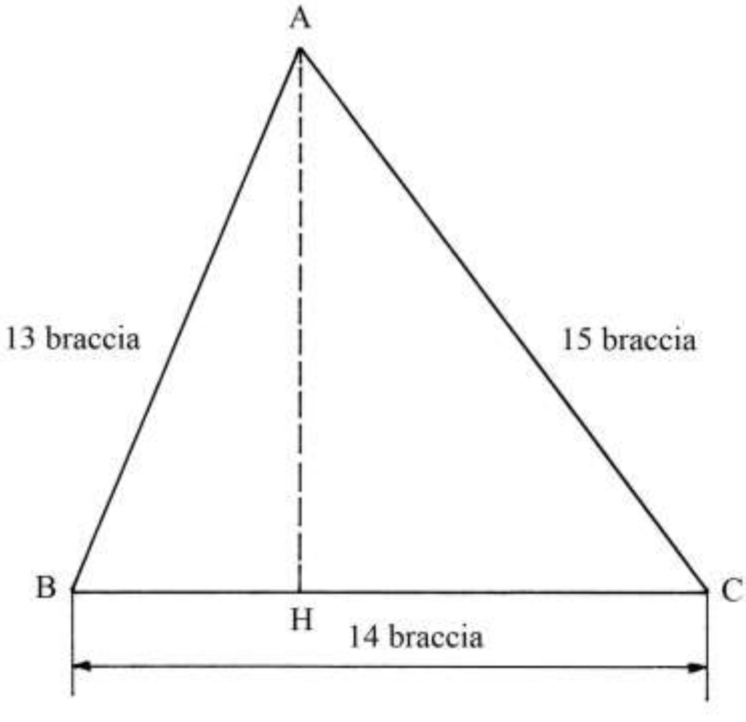

243 , del qualé
che è 15 $\frac{3}{5}$, e'
equilatero.

Il numero misto viene oggi scritto come “15 + 3/5” o più semplicemente “15,6”.
Ciacchi non conosceva l’uso del simbolo infisso “+”.
La parte frazionaria “3/5” è ruotata in senso orario di 90°.

- -

QUESITO V

Un campo ha la forma di un triangolo scaleno: esso può essere una porzione di bosco oppure paludoso, fatti che impediscono l’accesso al suo interno per misurare un’altezza con uno strumento come lo *squadro*.



Le dimensioni del campo sono assai contenute: AB è lungo 13 braccia, BC è 14 e AC è 15 braccia. Con queste ridotte dimensioni non sembra poi così difficile poter misurare una o più altezze.

L’Autore accenna a due diverse “*maniere*” impiegate per il calcolo della superficie del triangolo, ma si limita a proporre un’applicazione della formula di Erone di Alessandria (che però non cita).

I passi della procedura impiegata sono i seguenti:

* sommare le lunghezze dei tre lati: 13 + 14 + 15 = 42 [perimetro];
* dividere per 2: 42/2 = 21 [semiperimetro];
* sottrarre da 21 la lunghezza di AB: 21 – 13 = 8;
* sottrarre da 21 la lunghezza di BC: 21 – 14 = 7;
* sottrarre da 21 la lunghezza di AC: 21 – 15 = 6;
* moltiplicare la differenza 8 per la differenza 7: 8 * 7 = 56;
* moltiplicare per la differenza 6: 56 * 6 = 336;
* moltiplicare per il semiperimetro 21: 336 * 21= 7056;
* estrarre la radice quadrata: √7056 = 84 braccia quadrate, area del triangolo ABC.

- APPROFONDIMENTO -

La procedura può essere riassunta in una formula, quella di Erone.

S è l'area, *2 *p* è il perimetro e *p* è il semiperimetro:

$$S = \sqrt{[p * (p - AB) * (p - BC) * (p - AC)]}.$$

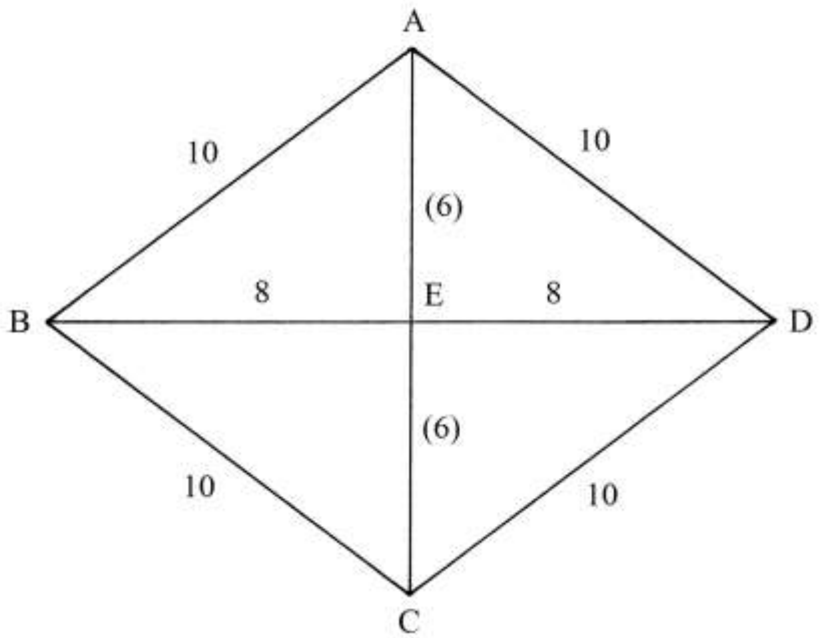
Questo triangolo è stato studiato da molti altri geometri che hanno scritto e pubblicato molto tempo prima di Giuseppe Ciacchi, almeno proprio a partire da Erone di Alessandria (I secolo d.C.).

Oltre alle lunghezze dei lati anche l'altezza AH (12 braccia) e l'area (84 braccia quadre) sono espresse da numeri interi.

- -

<u>QUESITO VI</u>

Un campo ha la forma di un rombo con lati lunghi 10 braccia. La diagonale maggiore ("il maggior diametro") BD è lungo 16 braccia.



Sono richieste la lunghezza della diagonale minore (il "minor diametro") e l'area del quadrilatero.

Le due diagonali si intersecano ad angolo retto nel punto E e si dividono reciprocamente a metà, originando quattro triangoli rettangoli di uguali dimensioni.

Consideriamo il triangolo ABE. La lunghezza del cateto AE è:

$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 10^2 - (16/2)^2 = 100 - 64 = 36$ e

AE = √36 = 6 braccia.

La diagonale minore AC è lunga il doppio di AE:

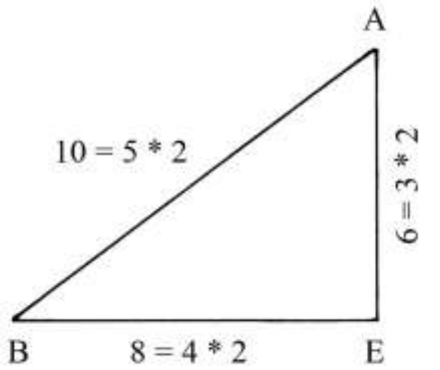
AC = 2 * AE = 2 * 6 = 12 braccia.

L’area S del rombo è:

S = BD * AC/2 = 16 * 12/2 = 96 braccia quadre.

- APPROFONDIMENTO -

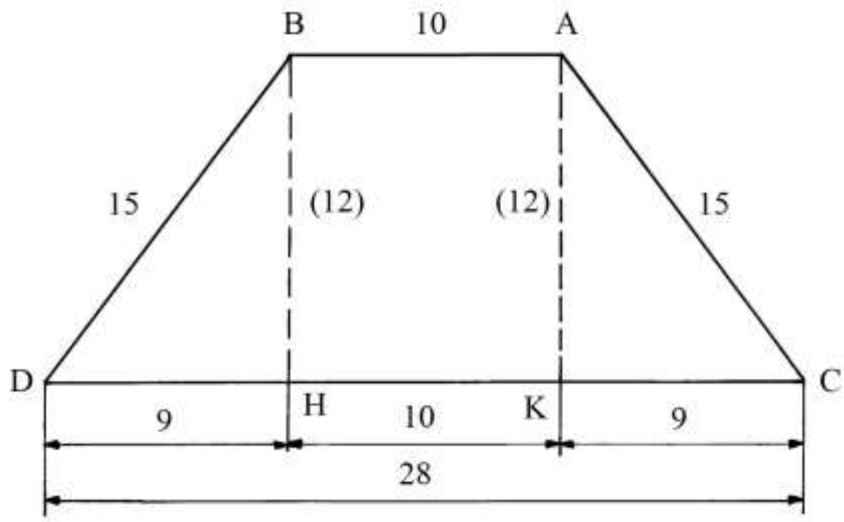
I quattro triangoli rettangoli che compongono il rombo hanno lati con lunghezze che formano la terna derivata 6-8-10 che è ottenuta moltiplicando per 2 i componenti della terna primitiva 3-4-5:



- -

QUESITO VII

Un campo ha la forma di un quadrilatero: si tratta di un trapezio isoscele.



Le basi sono lunghe:

*	AB = 10;
*	CD = 28.

I lati obliqui BD e AC sono lunghi 15.

L'Autore non indica alcuna unità di misura.

Il problema domanda la superficie del campo.

Ciacchi propone due diversi metodi.

Con il primo, dai vertici A e B abbassare le perpendicolari alla base DC: AK e BH sono due altezze del trapezio e dividono il quadrilatero in tre poligoni, i triangoli rettangoli DBH e ACK (di uguali dimensioni) e il rettangolo BAKH.

I segmenti DH e KC hanno uguale lunghezza perché il trapezio è isoscele:

$DH + KC = DC – BA = 28 – 10 =18$ e
$DH = KC = 18/2 = 9$.

BH è un cateto del triangolo rettangolo DBH e la sua lunghezza è:

$BH^2 = BD^2 – DH^2 = 15^2 – 9^2 = 225 – 81 = 144$ e
$BH = \sqrt{144} = 12 = KC$.

Occorre calcolare l'area di ciascuno dei due triangoli rettangoli:

$S_{DBH} = S_{ACK} = DH * BH/2 = 9 * 12/2 = 54$.

L'area del rettangolo BAKH è:

$S_{BAKH} = HK * AK = 10 * 12 = 120$.

L'area dell'intero trapezio è:

$S_{ABDC} = S_{DBH} + S_{ACK} + S_{BAKH} = 54 + 54 + 120 = 228$.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Il secondo metodo è più semplice: occorre prima calcolare la lunghezza di BH e di AK che è 12 e poi moltiplicare questa lunghezza per la semisomma delle due basi:

$S_{ABDC} = BH * (DC + BA)/2 = 12 * (28 + 10)/2 = 12 * 19 = 228$.

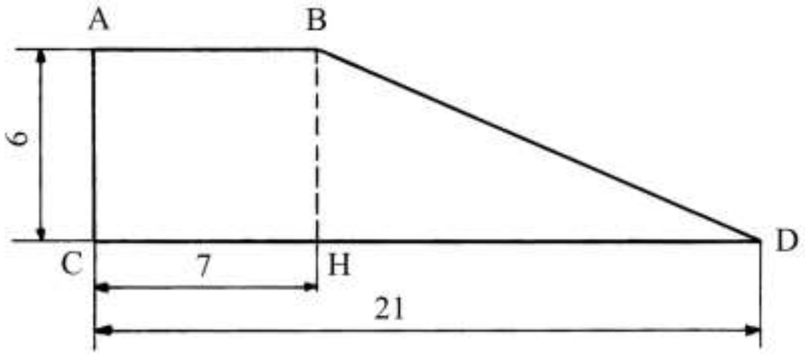
\- APPROFONDIMENTO -

Anche in questo trapezio è usata una terna derivata: i triangoli rettangoli DBH e ACK hanno lati lunghi 9-12-15 e questi numeri formano la terna ricavata dalla primitiva 3-4-5 i cui membri sono moltiplicati per 3.

\- -

QUESITO VIII

Un campo ha la forma di un trapezio rettangolo, quadrilatero che possiede due angoli retti nei vertici A e C:



La base minore AB è lunga 7 [braccia] e quella maggiore CD è 21 [braccia].

È chiesta la superficie del campo.

L'area è calcolata con un metodo che richiama la formula impiegata nella seconda soluzione del precedente QUESITO:

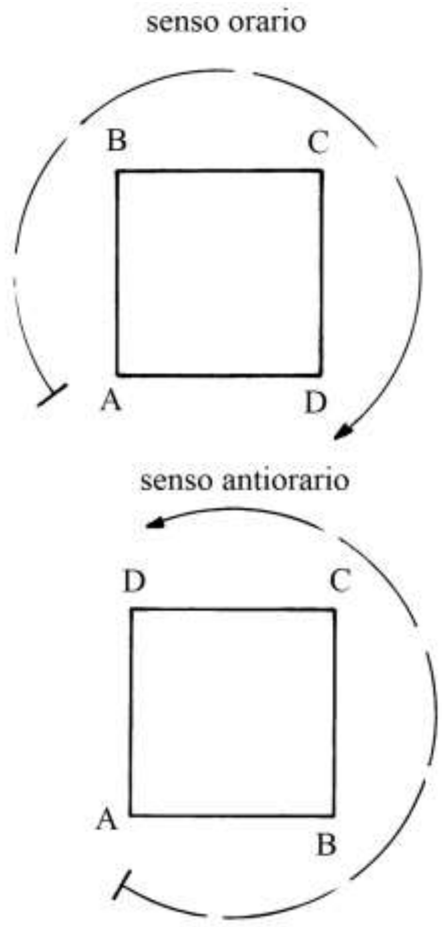
S_{ABDC} = [(AB + CD)/2] * AC = [(7 + 21)/2] * 6 = (28/2) * 6 = 14 * 6 = 84 braccia quadre, area del campo.

- APPROFONDIMENTO -

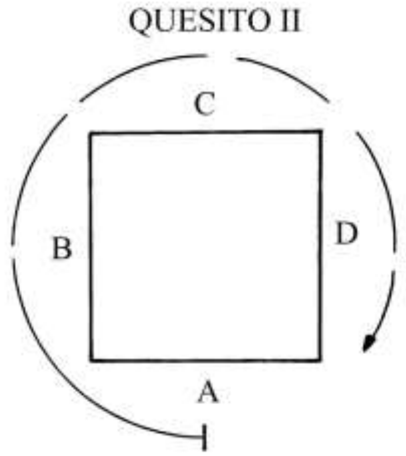
Le lettere apposte sui vertici delle figure

Le lettere apposte sui vertici delle figure di triangoli e quadrilateri da parte di Giuseppe Ciacchi sono maiuscole, con la lettera A scritta spesso presso uno dei vertici più alti.

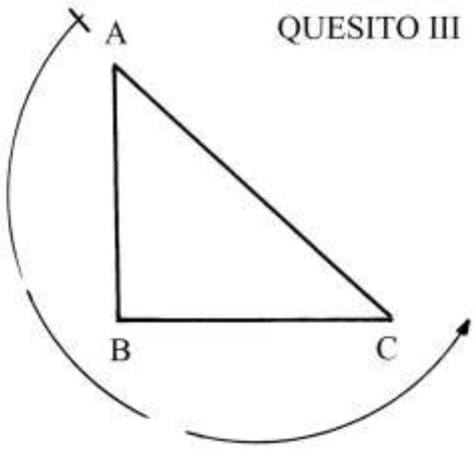
In generale, nel caso di un quadrilatero, le figure possono scritte sia in senso orario che antiorario, a partire da un vertice qualunque:



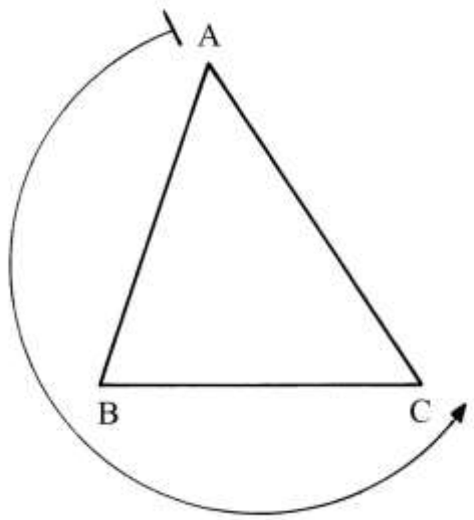
L’Autore utilizza spesso il senso antiorario.
Nel QUESITO II le lettere sono scritte a fianco dei lati, in senso antiorario:



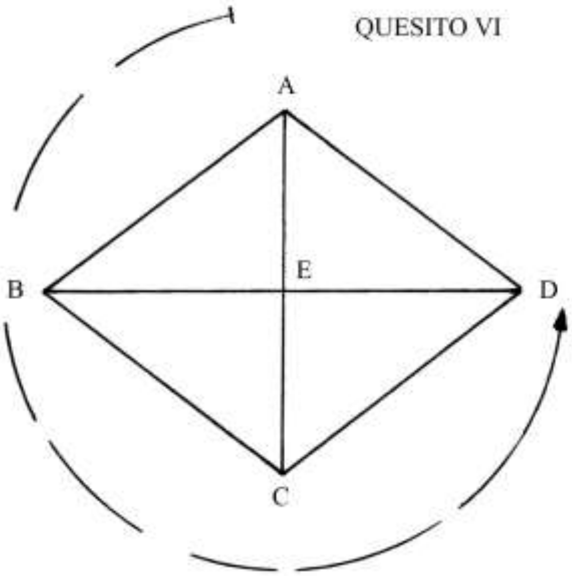
Nel triangolo rettangolo del QUESITO III, le lettere sono in senso antiorario:



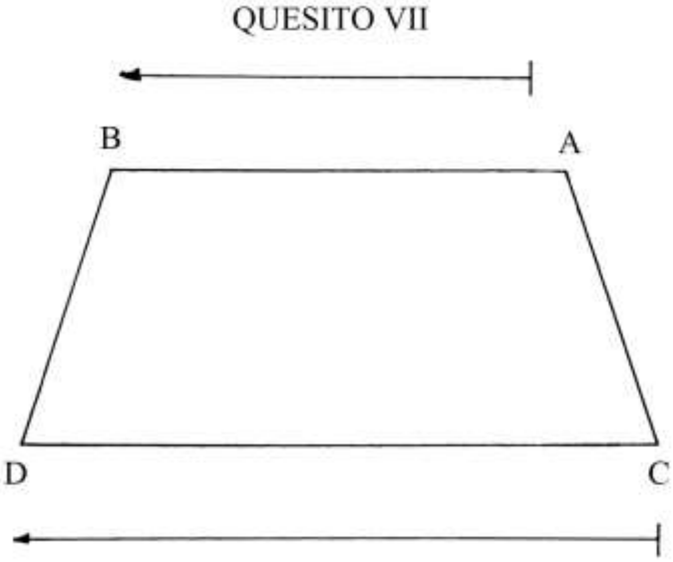
Anche nei triangoli dei QUESITI IV e V le lettere sono disposte in senso antiorario:



Il rombo del QUESITO VI rispetta la regola antioraria:

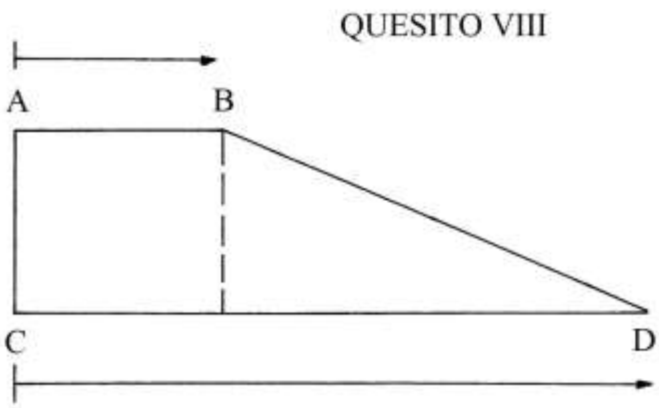


Nei due quadrilateri di cui ai QUESITI VII e VIII le coppie di lettere sembrano essere scritte come fossero gli estremi di vettori:



B ←A e C ← D.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%



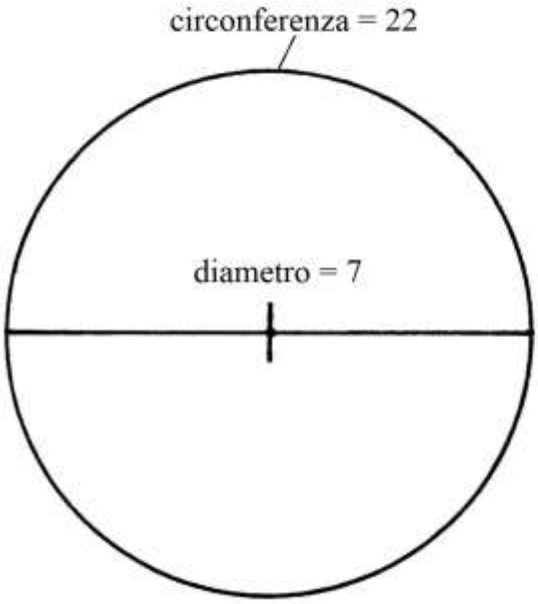
A → B C → D.

- -

<u>QUESITO IX</u>

La circonferenza *c* di un cerchio è lunga 22: è chiesta la lunghezza del suo diametro, *d*.

L'Autore richiama Archimede e divide la lunghezza della circonferenza per la costante (3 + 1/7) che equivale a (22/7):



d = c/(3 + 1/7) = 22/(3 + 1/7) = 7.

L'Autore puntualizza che per Archimede il rapporto fra la lunghezza della circonferenza e quella del diametro era approssimabile a "22/7".

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

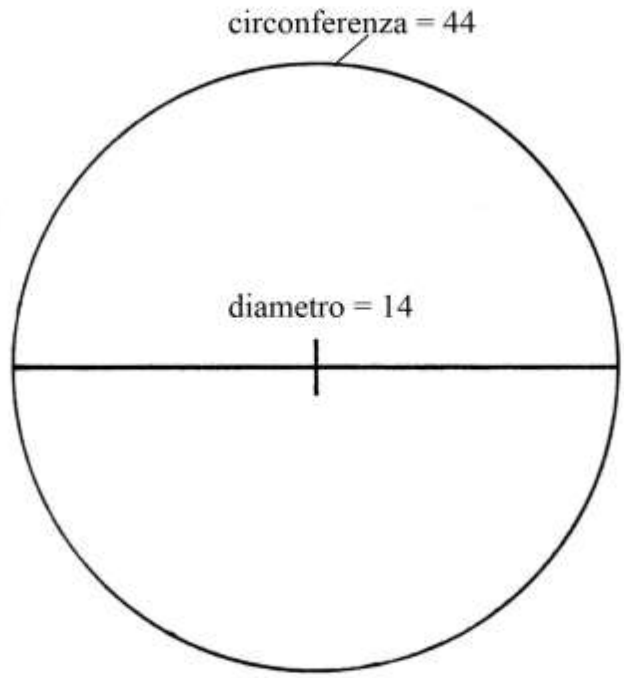
Un cerchio ha diametro *d* lungo 7 e la sua circonferenza *c* è lunga:

c = d * (3 + 1/7) = 7 * (3 + 1/7) = 22.

Questo caso è l'inverso del precedente.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Un cerchio ha diametro *d* lungo 14.
La sua circonferenza *c* è:
c = 14 * (3 + 1/7) = 44.



L'area S del cerchio è calcolata da Ciacchi con *cinque* differenti metodi equivalenti.

Primo metodo

Moltiplicare metà della lunghezza del diametro per metà di quella della circonferenza:
S = d/2 * c/2 = (14/2) * (44/2) = 7 * 22 = 154.

Secondo metodo

Moltiplicare la lunghezza del diametro per metà di quella della circonferenza e dividere per 2:
S = (d * c/2)/2 = (14 * 44/2)/2 = (616/2)/2 = 308/2 = 154.

Terzo metodo

Moltiplicare la lunghezza del diametro per quella della circonferenza e dividere per 4:
S = (d * c)/4 = (14 * 44)/4 = 616/4 = 154.

Quarto metodo

Moltiplicare per sé stessa la lunghezza della circonferenza e dividere per (12 + 4/7):
S = c^2/(12 + 4/7) = 44^2/(88/7) = (1936) * 7/88 = 154.

(12 + 4/7) equivale a:

$(12 + 4/7) = (84 + 4)/7 = 88/7$.

L'Autore non fornisce alcuna informazione sulla costante (12 + 4/7).

L'APPROFONDIMENTO in calce a questo paragrafo spiega l'origine della costante 88/7 e del suo reciproco 7/88.

<u>Quinto metodo</u>

Moltiplicare la lunghezza del diametro per sé stessa e il risultato per 11/14:

$S = d^2 * 11/14 = 14^2 * 11/14 = 14 * 11 = 154$.

\- APPROFONDIMENTO -

<u>La costante (12 + 4/7)</u>

L'Autore afferma che tutti i cinque metodi da lui proposti per il calcolo dell'area di un cerchio derivano dal primo e ricorda che per Archimede l'area di un cerchio è uguale a quella di un triangolo rettangolo con il cateto orizzontale lungo quanto la circonferenza e il cateto verticale lungo quanto metà del diametro e cioè quanto il raggio.

La costante π è stata approssimata a 22/7 (= 3 + 1/7) da parte di Archimede.

La lunghezza *c* della circonferenza è data da:

$c = 2 * \pi * r$, dove *r* è il raggio.

La formula può essere scritta come:

$c = 2 * (22/7) * r = 44/7 * r$.

La formula inversa è:

$r = (7/44) * c$.

Conoscendo soltanto la lunghezza della circonferenza, *c*, l'area S di un cerchio può essere scritta nella forma che segue:

$S_{\text{CERCHIO}} = \pi * r^2 \approx 22/7 * (7/44 * c)^2 \approx 22/7 * 7^2/(44^2) * c^2 \approx$

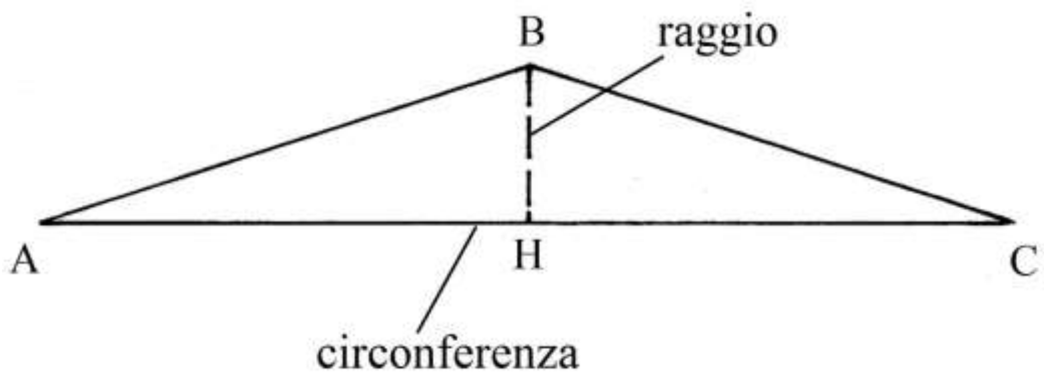
$\approx [22 * 7/(44 * 44)] * c^2 \approx [7/(2 * 44)] * c^2 = 7/88 * c^2$.

Da questa formula ricaviamo:

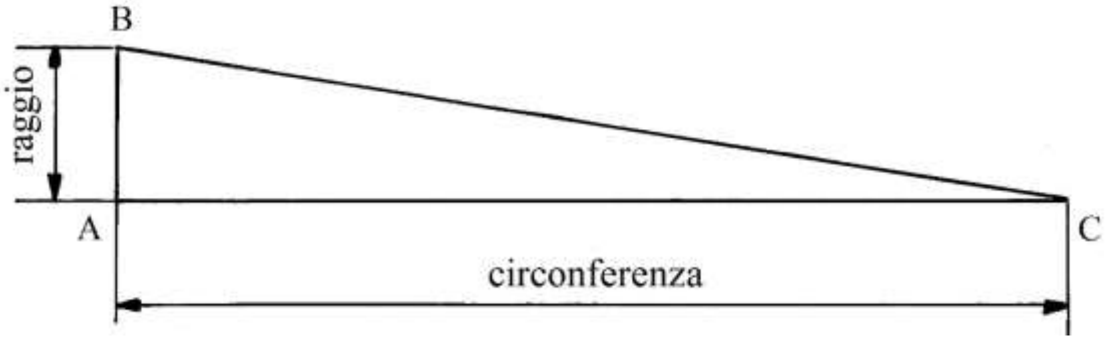
$c^2 = 88/7 * S_{\text{CERCHIO}}$.

Approfondiamo l'origine della costante 88/7, che può essere definita con l'espressione *moltiplicatore della superficie*.

L'area di un cerchio è assimilabile a quella di un triangolo isoscele che ha la base AB lunga quanto la circonferenza *c* e altezza CH lunga quanto il raggio *r*:



oppure a quella di un triangolo rettangolo con cateti lunghi quanto la circonferenza e il raggio:



Nel primo caso (triangolo isoscele) l'area è data da:

$S_{ABC} = (AC * BH)/2 = (c * r)/2$.

Nel secondo caso:

$S_{ABC} = (AB * AC)/2 = (r * c)/2$.

Ma:

circonferenza ≈ diametro * 22/7 ≈ 2 * raggio * 22/7 ≈ 44/7 * raggio.

Da cui:

raggio ≈ circonferenza * 7/44 .

Sostituendo il valore appena trovato del raggio nella formula dell'area del cerchio si ha:

$S_{CERCHIO} = (\text{circonferenza})^2 * 1/2 * 7/44 \approx (\text{circonferenza})^2 * 7/88$.

Da questa ultima formula si ricava la lunghezza della circonferenza *c* che è data da:

$c \approx \sqrt{(S_{CERCHIO} * 88/7)}$.

La frazione 88/7 vale può essere scritta anche come

88/7 = 12 + 4/7 : questa costante è il *moltiplicatore della superficie*; esso corrisponde al rapporto fra il quadrato della lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio e cioè:

$c^2 = S_{CERCHIO} * 88/7$

$c^2/ S_{CERCHIO} = 88/7$.

Un'altra via permette di giungere allo stesso risultato: l'area di un cerchio di raggio *r* è data da:

$S_{CERCHIO} = \pi * r^2$, mentre la circonferenza è lunga:

$c = 2 * \pi * r$.

Ne consegue che:

$(\text{circonferenza})^2/(S_{CERCHIO}) = (4 * \pi^2 * r^2)/(\pi * r^2) = 4 * \pi$.

Sostituendo nell'ultima formula al valore di π quello approssimato di 22/7, risulta:

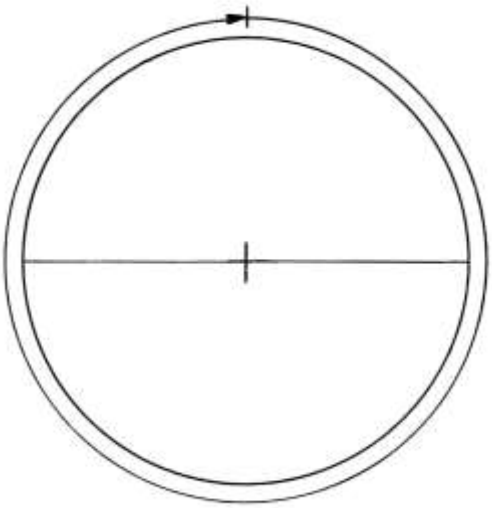
4 * (22/7) = 88/7 = (12 + 4/7).

In conclusione, la frazione 88/7 è il valore approssimato di 4*π.

Nel Medioevo per i calcoli era più facile usare la frazione 88/7 invece dell'equivalente *numero misto* (12 + 4/7).

La costante era nota a diversi abacisti toscani: Paolo Gherardi, Paolo dell'Abbaco, Orbetano da Montepulciano e Pier Maria Calandri.

Questo insieme di costanti approssimate – 22/7, 11/14, 88/7 e 7/88 – erano molto utili per semplificare i calcoli riguardanti il cerchio e la circonferenza. Un esempio era quello del calcolo del diametro *d* di una colonna della quale era possibile misurare soltanto la circonferenza *c*:

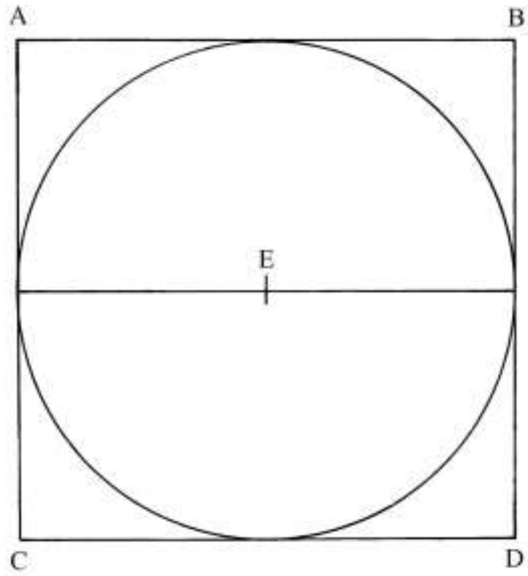


La lunghezza del diametro era:

$d = c/(22/7) = 7 * c/22$.

- -

Infine, l'Autore giustifica con un esempio l'applicazione del *Quinto metodo*:



ABDC è un quadrato con lati lunghi 14. Al suo interno è inscritto un cerchio con centro in E e diametro 14.

L'area del quadrato è:

$S_{ABDC} = 14 * 14 = 196$.

Sappiamo già che l'area del cerchio di centro E e diametro 14 è 154.

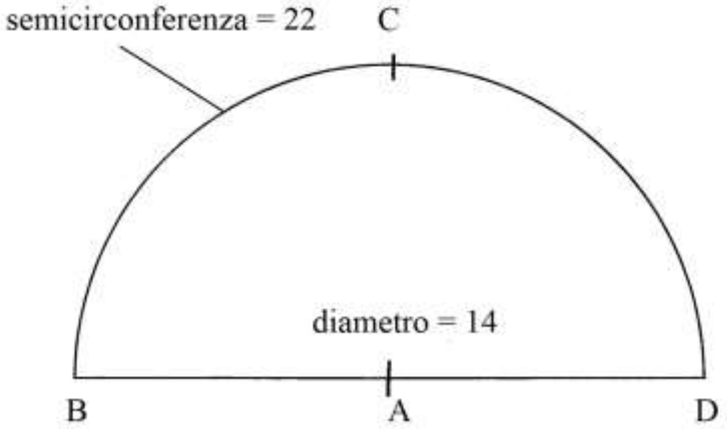
Fra l'area del cerchio e quella del quadrato esiste una proporzione:

$S_{CERCHIO}/S_{ABDC} = 154/196 = (14 * 11)/(14 * 14) = 11/14$.

Ecco spiegata l'origine della costante 11/14.

QUESITO X

Un semicerchio ha l'arco BCD lungo 22:



Il raggio *r* del semicerchio è dato da:

r = arco BCD/(3 + 1/7) = 22/(22/7) = 7 = AB = AD.

Il diametro BD è lungo:

BD = 2 * r = 2 * 7 = 14.

L'area S del semicerchio è data da:

S = AB * BCD/2 = 7 * 22/2 = 7 * 11 = 77.

Ciacchi propone un secondo metodo:

* moltiplicare la lunghezza del diametro BD per sé stessa: 14 * 14 = 196;
* moltiplicare per 11/14: 196 * 11/14 = 154;
* dividere per 2: 154/2 = 77, area del semicerchio.

QUESITO XI

Un segmento circolare è ricavato da un cerchio di centro O.

La corda AC è lunga 16 e la freccia ("saetta") BD è 5.

Deve essere ricavata la lunghezza del diametro BE del cerchio da cui è ritagliato il segmento.

Il diametro BDOE taglia in due parti uguali la corda AC.

La soluzione che Ciacchi propone richiama il *teorema delle corde*, peraltro non citato.

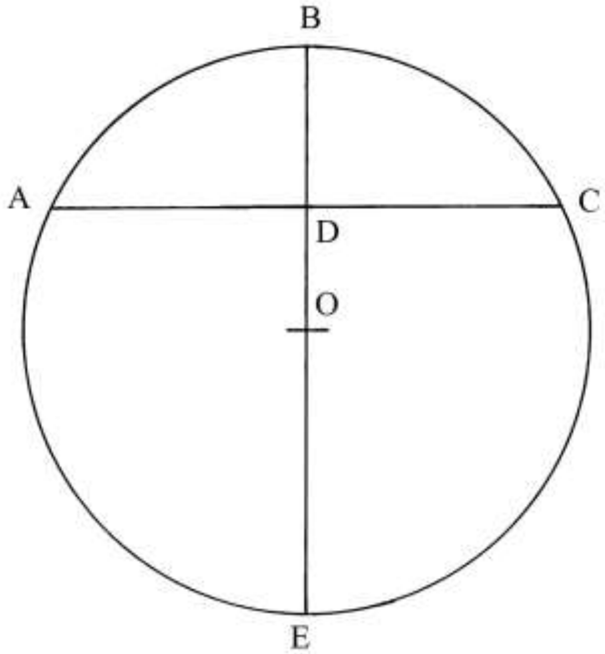
La procedura contiene i seguenti passi:

* moltiplicare la lunghezza di AD per quella di DC: (16/2) * (16/2) = 8 * 8 = 64;
* dividere per la lunghezza della freccia BD: 64/5 = (12 + 4/5), lunghezza di DE;
* sommare con la lunghezza della freccia: (12 + 4/5) + 5 = (17 + 4/5) lunghezza del diametro BE.

Il teorema delle corde è espresso da una proporzione:

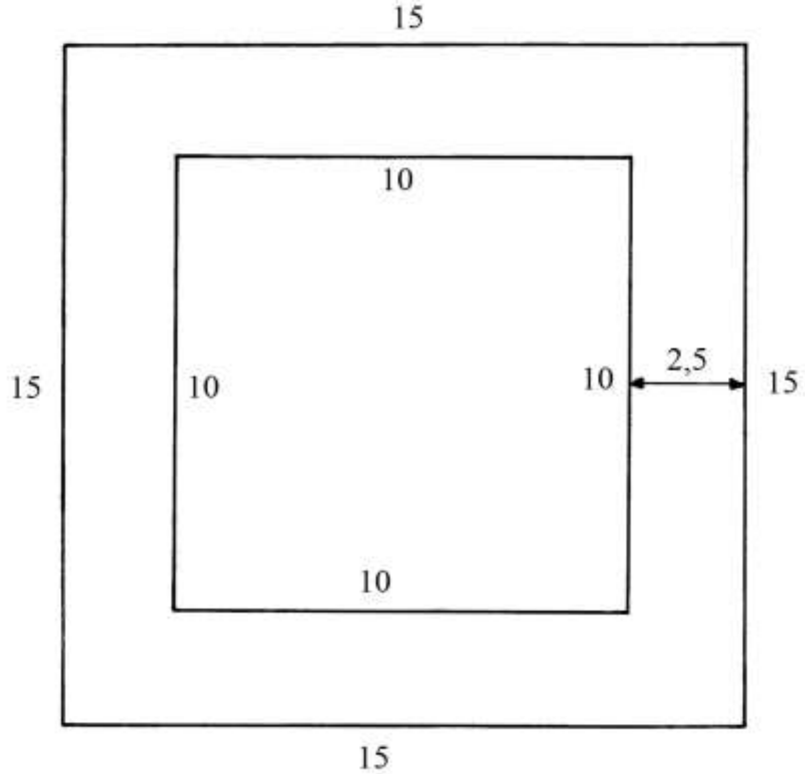
AD : BD = DE : DC

DE = AD * DC/BD = AD^2/BD.



QUESITO XII

Una torre quadrata ha perimetro esterno lungo 60 braccia e il muro ha spessore di (2 + ½) braccia.



dimensioni in braccia

È chiesta la lunghezza del perimetro interno.

La procedura risolutiva contiene i seguenti passi:

* dividere per 4 il perimetro esterno: 60/4 = 15 braccia, lunghezza dei lati del quadrato esterno;
* moltiplicare per 2 lo spessore del muro: (2 + ½) * 2 = 5;
* sottrarre dalla lunghezza dei lati del quadrato esterno: 15 – 5 = 10 braccia, lunghezza dei lati del quadrato interno;
* moltiplicare per 4: 10 * 4 = 40 braccia, lunghezza del perimetro interno.

DEL MODO DI MISURARE I CORPI SOLIDI
====================================

QUESITO I

Il primo corpo solido considerato è il *cubo*, poliedro che possiede solo angoli retti.

Ciacchi calcola il suo volume moltiplicando l’area di un faccia per la lunghezza di uno spigolo.

Un’altra soluzione è data dal prodotto in successione della lunghezza dello spigolo per volte:

V = s * s * s.

All’inverso, la lunghezza dello spigolo è data dalla radice cubica del volume V:

$$\text{spigolo} = \sqrt[3]{V}$$

.

L’area A di una faccia è:

A = 6 * 6 = 36 braccia quadre.

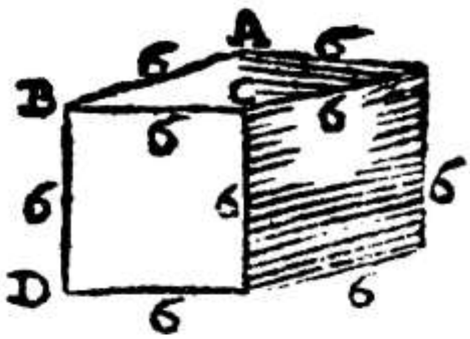
Il volume V è:

V = A * s = 36 * 6 = 216 braccia cubiche.

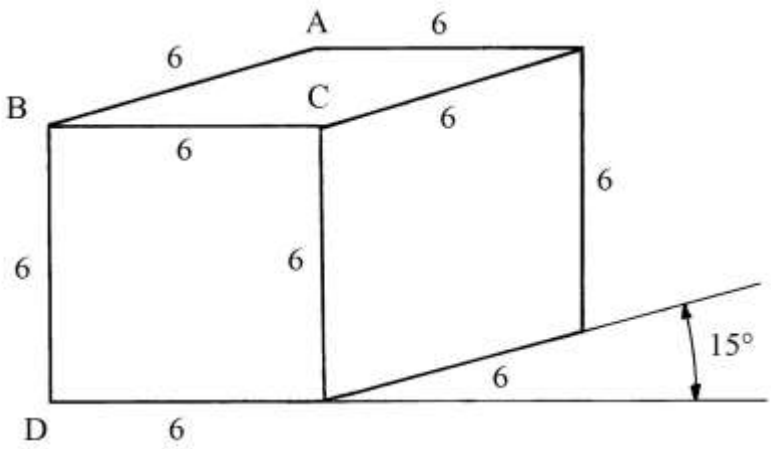
Ciacchi misura il volume in *braccia quadre corporee*, invece che in *braccia cubiche*: lo stesso uso era comune nei testi di altri Autori toscani anteriori.

- APPROFONDIMENTO -

Lo schema originale è disegnato in una variante dell’assonometria cavaliera, con *angolo di fuga* uguale a circa 15° e con *rapporto di fuga* uguale a 1, poiché le lunghezze degli spigoli obliqui non sono scorciate:

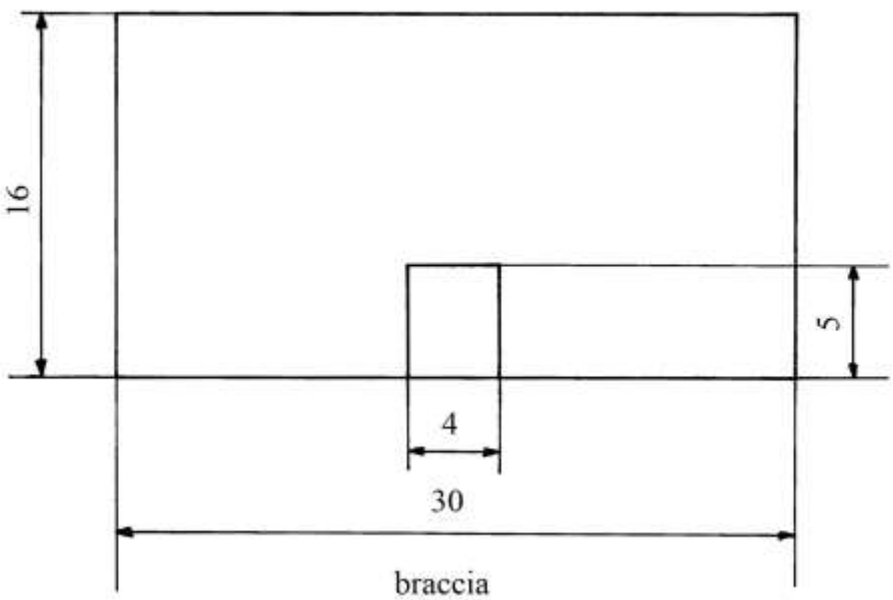


Lo schema che segue contiene la ricostruzione della figura originale.



QUESITO II

La facciata di un muro è lunga 30 braccia e alta 16: il muro è spesso 2 braccia.
Vi è aperta una porta alta 5 braccia e larga 4.
Deve essere calcolato il volume del muro al netto di quello occupato dalla porta.



Il volume *lordo* V_{LORDO} è dato da:

$V_{LORDO} = 30 * 16 * 2 =$ *960* braccia cubiche [l'Autore sbaglia i calcoli e indica *560* braccia cubiche].

Il vano della porta ha volume che è dato da:

$V_{PORTA} = 5 * 4 * 2 = 40$ braccia cubiche.

Il volume *netto* del muro è:

$V_{NETTO} = V_{LORDO} – V_{PORTA} = 960 – 40 = 920$ braccia cubiche.

Ciacchi converte il volume in *canne* con il rapporto:

16 braccia quadre corporee = 1 canna.

$V_{NETTO} = 920/16$ canne = (57 + ½) canne = 57 canne + 8 braccia corporee.

QUESITO III

A un muratore fu commissionata la costruzione di un muro lungo 24 braccia, alto 20 e spesso 1 braccio.

Il lavoro fu pagato (8 + ½) lire la canna.

Il muro fu costruito con uno spessore ridotto, uguale a 5/6 di braccio.

Sono chiesti il volume in canne e il costo in lire.

Il volume V è:

$V = 24 * 20 * 5/6 = 400$ braccia cubiche [*braccia quadre corporee* secondo Ciacchi].

Il canne il volume è:

$V_{CANNE} = 400/16$ canne = 25 canne.

Il costo C del lavoro è:

$C = 25 * (8 + ½) = 212.10$ lire = 210 lire + 10 soldi

[l'Autore scrive "lire 212.10"].

QUESITO IV

Un torrione ha forma circolare ed è alto 18 braccia: $h = 18$.

Il diametro interno d è lungo 9 braccia e lo spessore del muro è 2,5 braccia.

Il diametro esterno, D, è:

$D = d + 2 * 2,5 = 9 + 5 = 14$ braccia.

È chiesto il volume della muraglia.

Il volume del cilindro esterno è:

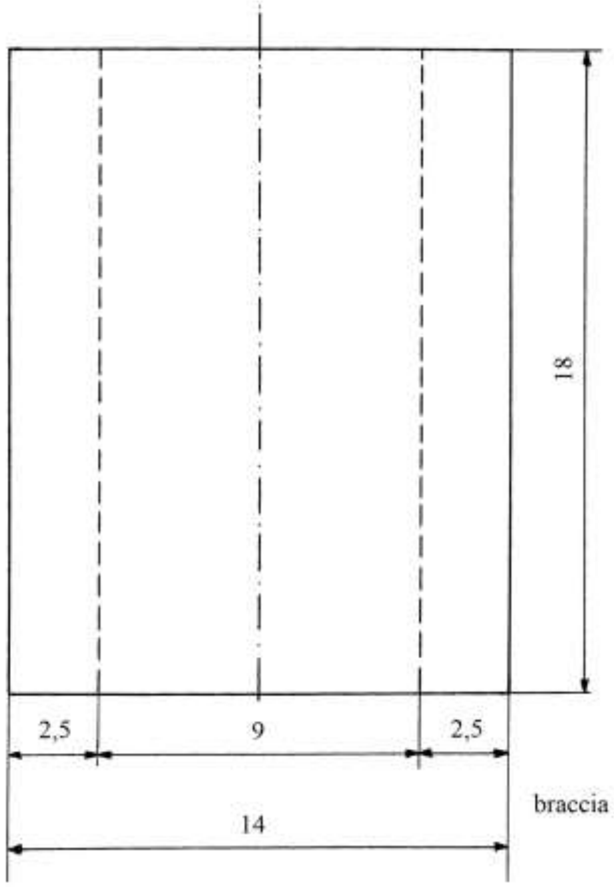
$V_{ESTERNO} = 11/14 * D^2 * h = 11/14 * 14^2 * 18 = 2772$ braccia cubiche.

Il volume dell'interno vuoto è:

$V_{INTERNO} = 11/14 * d^2 * h = 11/14 * 9^2 * 18 = (1145 + 4/7)$ braccia cubiche.

Il volume V della muratura è:

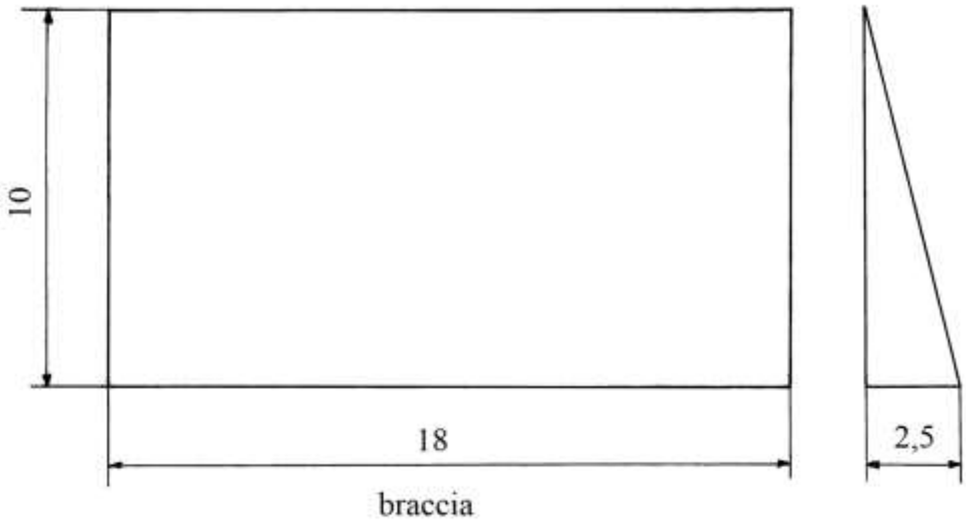
$V = V_{ESTERNO} – V_{INTERNO} = 2772 – (1145 + 4/7) = (1626 + 3/7)$ braccia cubiche.



QUESITO V

Un muro a scarpa è lungo 18 braccia, alto 10 e alla base ha spessore di (2 + ½) braccia.

Il problema era già stato considerato da altri due matematici toscani, il senese Dionigi Gori (1510 – dopo il 1586) e il pesciatino Lorenzo Forestani (1585 – 1623).



Deve essere calcolato il volume del muro.

Il profilo del muro ha la forma di un triangolo rettangolo e la sua area S è:

S = altezza * base/2 = (10 * 2,5)/2 = 25/2 = (12 + ½) braccia quadre.

Il volume V del muro è:

V = S * lunghezza = (12 + 1/2) * 18 = 225 braccia cubiche.

L'Autore converte poi il volume in canne:

V_{CANNE} = V/16 canne = 225/16 canne = (14 + 1/16) canne

[l'Autore scrive "canne 14.1.16esimo"].

Ciacchi suggerisce una seconda soluzione, equivalente, per il calcolo del volume:

V = spessore * altezza * lunghezza/2 = (2,5 * 10) * 18/2 = 25 * 18/2 = 450/2 =
= 225 braccia cubiche.

QUESITO VI

Un muro è lungo ℓ = 36 braccia ed è alto *h* = 30. Esso è articolato in tre diversi spessori: dalle fondamenta fino al primo livello è alto 12 braccia e il muro è spesso (1 + 3/4); dal primo palco al secondo sono 10 braccia e lo spessore è (1 + ¼); infine dal secondo palco alla sommità è alto 8 braccia e lo spessore si riduce a ¾ di braccio.

È chiesto il volume del muro espresso in canne.

Un problema simile è contenuto nel trattato del già citato Forestani.

La parte più bassa del muro, A, è alta 12 braccia e, come appena scritto, ha spessore di (1 + ¾). Il suo volume è:

V_A = 12 * (1 + ¾ * ℓ = 12 * (1 + ¾) * 36 = 756 braccia cubiche.

La sezione centrale del muro, B, ha volume che è dato da:

V_B = 10 * (1 + ¼) * ℓ = 10 * (1 + ¼) * 36 = 450 braccia cubiche.

Infine, la sezione superiore, C, ha volume che è:

V_C = 8 * ¾ * 36 = 216 braccia cubiche.

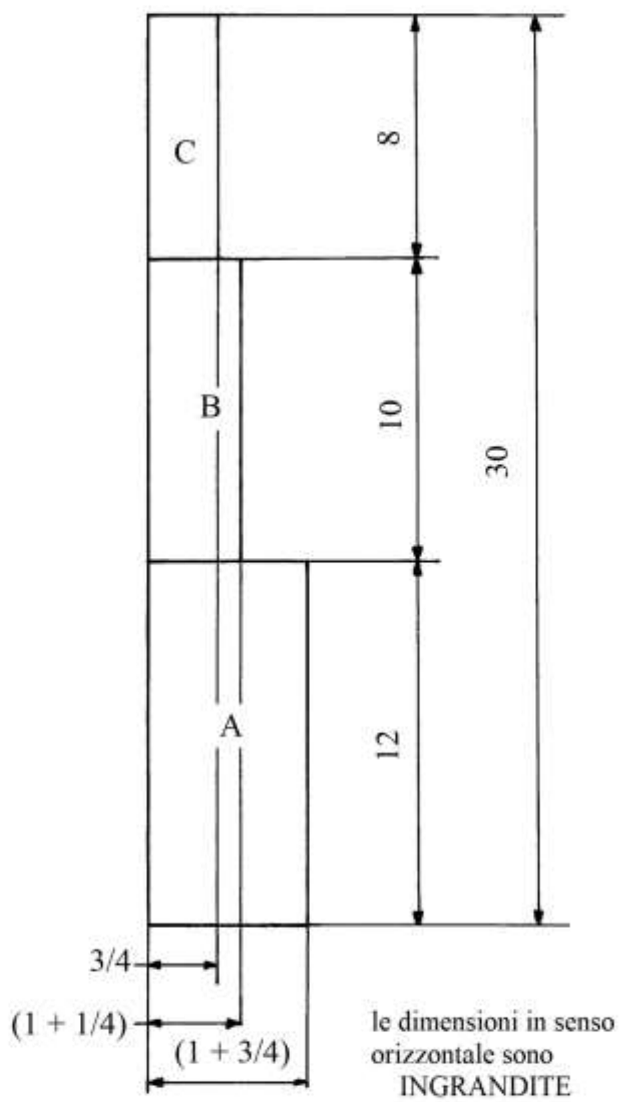
Il volume totale del muro, V, è:

V = V_A + V_B + V_C = 756 + 450 + 216 = 1422 braccia cubiche.

In *canne*, il volume è:

V_{CANNE} = 1422/16 canne = (88 + 7/8) canne = (88 canne + 14 braccia cubiche).

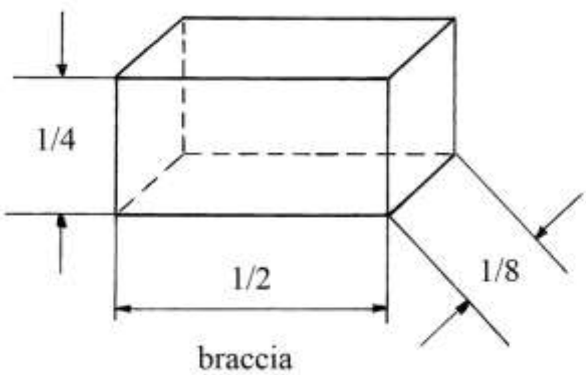
dimensioni in *braccia*



<u>QUESITO VII</u>

Deve essere costruito un muro di mattoni: la lunghezza è di 12 braccia, l'altezza di (8 + 1/3) e lo spessore ¾ di braccio.

Sono usati mattoni lunghi mezzo braccio, larghi ¼ e spessi 1/8:



Occorre calcolare il numero dei mattoni occorrenti.

Il volume V del muro è:

$V_{MURO} = 12 * (8 + 1/3) * ¾ = 75$ braccia cubiche.

Il volume di un mattone è:

$V_{MATTONE} = ½ * ¼ * 1/8 = 1/64$ braccia cubiche.

Il numero N dei mattoni occorrenti è dato da:

$N = V_{MURO}/V_{MATTONE} = 75/(1/64) = 75 * 64 = 4800$.

Un problema simile è contenuto nel trattato di Lorenzo Forestani.

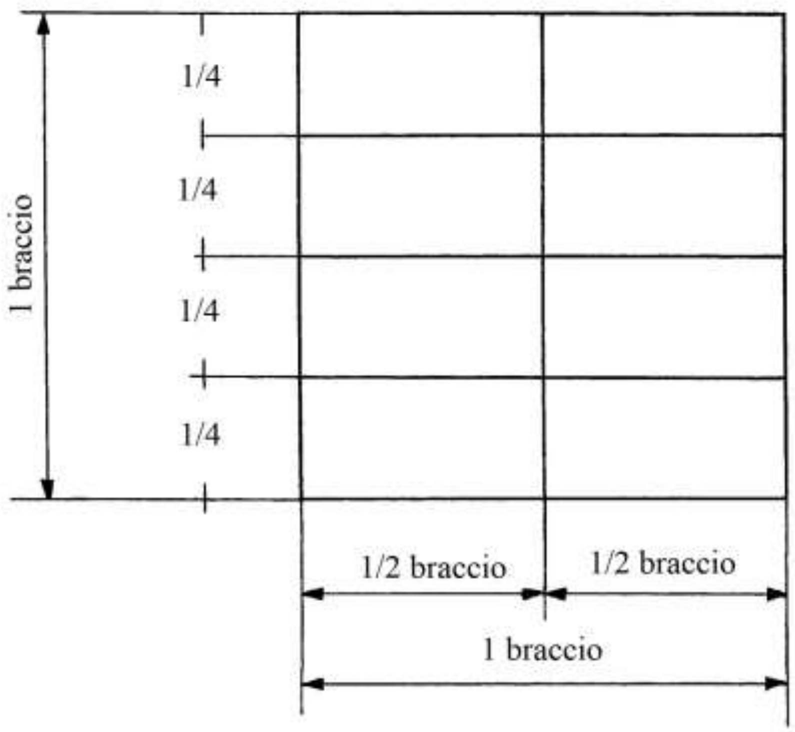
QUESITO VIII

Il pavimento di una sala è lungo 18 braccia ed è largo 16.

Deve essere ricoperto con mattoni (pianelle o mezzane): con 8 mattoni è coperta la superficie di 1 braccio quadro.

Anche questo QUESITO è ripreso da un problema contenuto nel trattato di Forestani: in entrambe di opere, di Forestani e di Ciacchi, i due problemi si succedono nello stesso ordine e sono consecutivi.

Forestani fornisce anche le dimensioni dei mattoni: sono lunghi ½ braccio, larghi ¼ e lo spessore è di 1/8. Per la pavimentazione occorre considerare le due dimensioni maggiori (1/2 e ¼ di braccio) e trascurare lo spessore.



La superficie S del pavimento è:

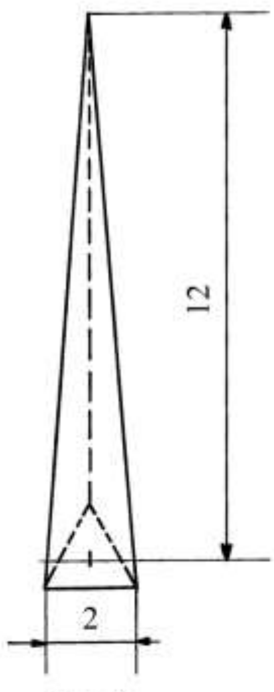
$S = 18 * 16 = 288$ braccia quadre.

Il numero N di mattoni occorrenti è:

$N = S * 8 = 288 * 8 = 2304$.

QUESITO IX

Una piramide ha per base un triangolo equilatero con lati lunghi 2 braccia.
Il solido è alto 12 braccia.



È chiesto il suo volume espresso in – testualmente – "*braccia cube*".
Il problema è ripreso da Forestani.
Ciacchi richiama le regole applicate al triangolo equilatero per fissare la sua area:

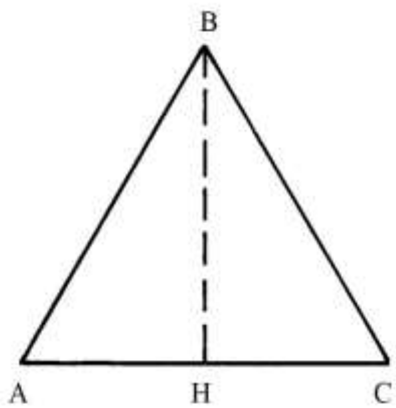
$S = \sqrt{3}$ braccia quadre.

Il volume V della piramide è dato da:

$V = S * altezza/3 = \sqrt{3} * 12/3 = \sqrt{3} * 4 = \sqrt{(3 * 16)} = \sqrt{48}$, braccia cubiche.

- APPROFONDIMENTO -

Possiamo ricavare l'area del triangolo ABC che forma la base della piramide con almeno due metodi.



AB = BC = AC = 2 braccia

BH è un'altezza che divide ABC in due triangoli rettangoli di uguali dimensioni: ABH e BCH.

L'altezza BH è lunga:

$BH^2 = AB^2 – AH^2 = 2^2 – (2/2)^2 = 4 – 1 = 3$ e

$BH = \sqrt{3}$ braccia.

L'area del triangolo è:

$S = AC * AH/2 = (2 * \sqrt{3})/2 = \sqrt{3}$ braccia quadre.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Il secondo metodo richiede l'applicazione della formula di Erone di Alessandria.

Il perimetro *2 * p* vale:

$2 * p = AB + BC + AC = 2 + 2 + 2 = 6.$

Il semiperimetro *p* è:

$p = 6/2 = 3.$

L'area S è data da:

$S = \sqrt{[p * (p – 2) * (p – 2) * (p – 2)]} = \sqrt{[3 * (3 – 2) * (3 – 2) * (3 – 2)]} =$

$= \sqrt{[3 * (3 – 2)^3]} = \sqrt{(3 * 1)} = \sqrt{3}$ braccia quadre.

L'area è stata correttamente calcolata da Ciacchi.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

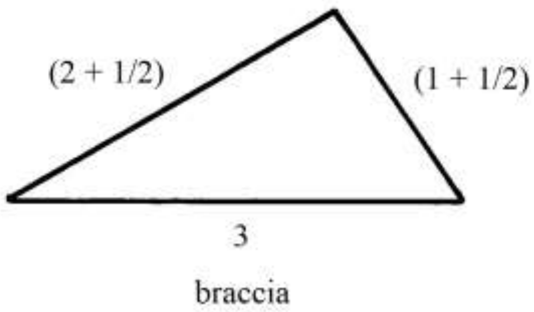
Non è stata utilizzata la formula approssimata, sempre di Erone di Alessandria:

$S = 13/30 * lato^2 = 13/30 * 2^2 = 13 * 4/30 = 1,7(33)$ braccia quadre.

- -

<u>QUESITO X</u>

Una piramide retta ha per base un triangolo scaleno con lati lunghi 3, (2 + ½) e (1 + ½) braccia.



L'altezza *h* del solido è 12 braccia.

Il problema chiede il volume della piramide.

L'Autore stabilisce in (3 + ½) braccia quadre l'area S del triangolo che forma la base.

Verifichiamo il dato con l'aiuto della formula di Erone:

perimetro: $2 * p = 3 + (2 + ½) + (1 + ½) = 7$;

semiperimetro: $p = 7/2 = 3,5$.

L'area S è:

$$S = \sqrt{[p * (p - 3) * (p - 2,5) * (p - 1,5)]} = \sqrt{[3,5 * (3,5 - 3) * (3,5 - 2,5) * (3,5 - 1,5)]} =$$
$$= \sqrt{(3,5 * 0,5 * 1 * 2)} = \sqrt{3,5} \text{ braccia quadre.}$$

L'area è stata correttamente calcolata dall'Autore.

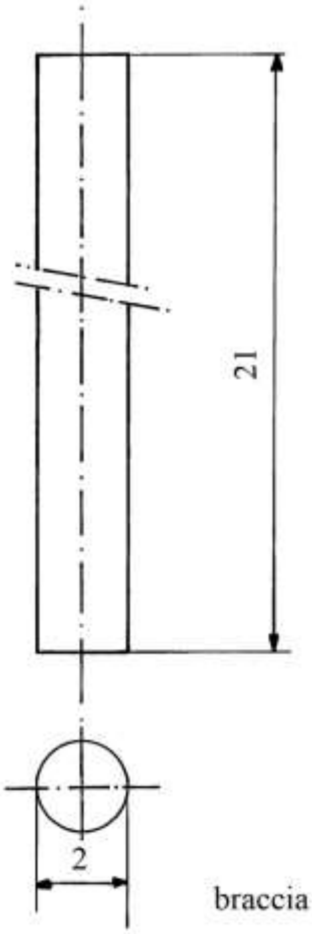
Il volume V è:

$$V = S * h/3 = \sqrt{3,5} * 12/3 = \sqrt{3,5} * 4 = \sqrt{(3,5 * 16)} = \sqrt{56} \text{ braccia cubiche.}$$

Anche questo problema è derivato dal trattato di Forestani.

QUESITO XI

Una colonna rotonda ha la forma di un cilindro: la base ha diametro di 2 braccia ed è alto 21 braccia.



Il materiale di cui la colonna è fatta pesa 1600 libbre al braccio cubico: questo valore è tipico del marmo perché la pietra pesa di più.

L'area S della base è:

$$S = 11/14 * 2^2 = 11/14 * 4 = (3 + 1/7) \text{ braccia quadre.}$$

Il volume V è:

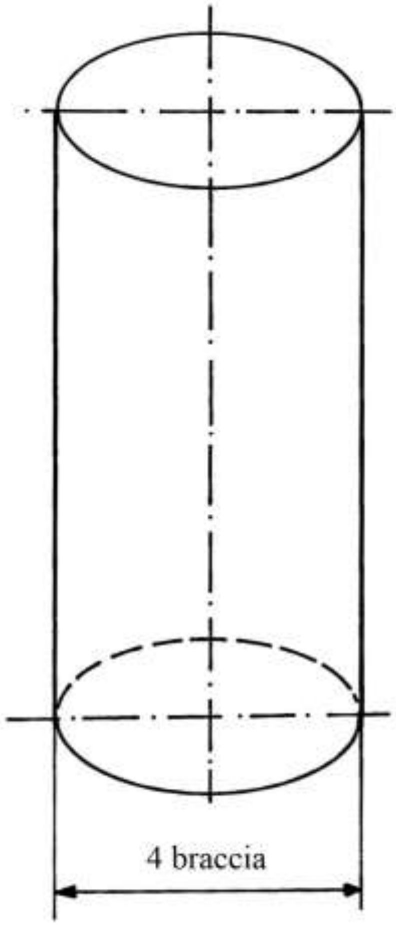
$$V = S * 21 = (3 + 1/7) * 21 = 66 \text{ braccia cubiche.}$$

Il peso P della colonna è:

$$P = V * 1600 = 66 * 1600 = 105600 \text{ libbre.}$$

QUESITO XII

Un pozzo ha forma circolare e il suo diametro è 4 braccia.
L’acqua è profonda 7 braccia.



È chiesto il volume dell’acqua misurato in *barili*, secondo l’equivalenza

1 braccio cubico = 5 barili.

L’area S della sezione trasversale del pozzo è:

$S = 11/14 * 4^2 = (12 + 4/7)$ braccia quadre.

Il volume V dell’acqua è dato da:

$V = S * 7 = (12 + 4/7) * 7 = 88$ braccia cubiche.

Il volume dell’acqua espresso in barili è:

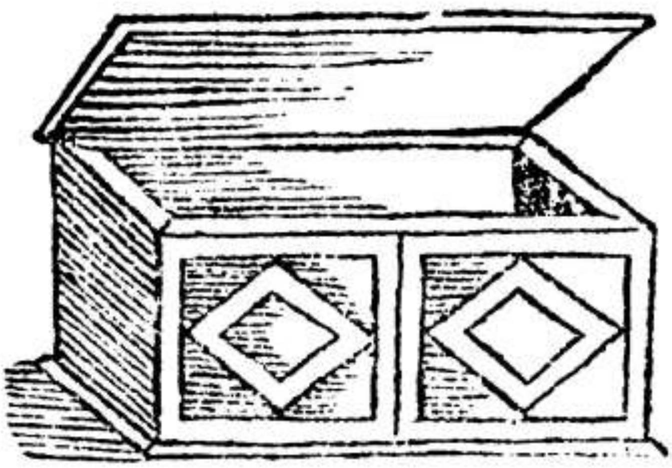
$V_{\text{BARILI}} = V * 5 = 88 * 5 = 440$ barili.

QUESITO XIII

Una cassa è lunga 3 braccia, è larga (1 + ½) ed è alta (1 + ¼) braccia.
È chiesto il volume in *staia* del grano che essa può contenere:

1 braccio cubico equivale a 9 staia.

Un problema simile è contenuto nel trattato di Lorenzo Forestani.



Il volume V è dato da:

$V = 3 * (1 + ½) * (1 + ¼) = (5 + 5/8)$ braccia cubiche.

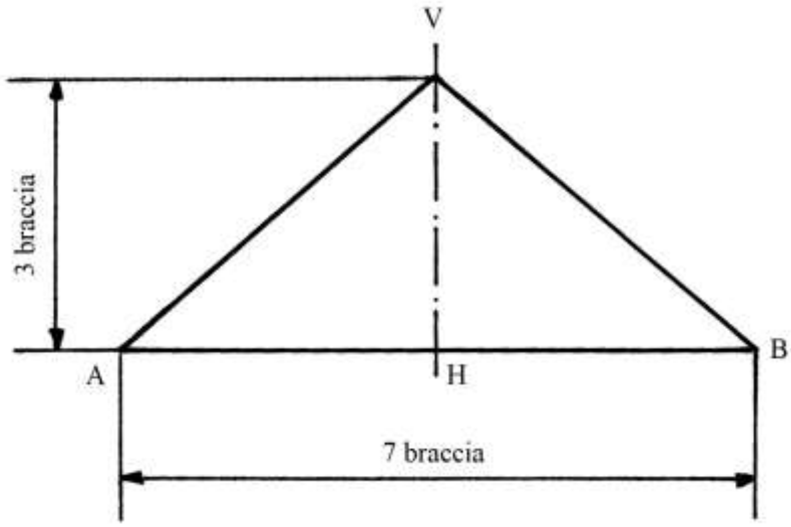
Espresso in staia, il volume è:

$V_{STAIA} = V * 9 = (5 + 5/8) * 9 = (50 + 5/8)$ staia.

QUESITO XIV

Nel testo a stampa, il QUESITO è erroneamente numerato "XIX".

In mezzo a una sala è creato un *monte di grano* di forma conica: il diametro *d* della base è lungo 7 braccia e il conto ha altezza *h* uguale a 3 braccia.



Il problema chiede il volume del grano in *staia*.

La base del cono ha area S che è:

$S = d^2 * 11/14 = 7^2 * 11/14 = (38 + ½)$ braccia quadre.

Il volume V è dato da:

$V = [S * h]/3 = [(38 + ½) * 3]/3 = (38 + ½)$ braccia cubiche.

Il volume espresso in staia è:

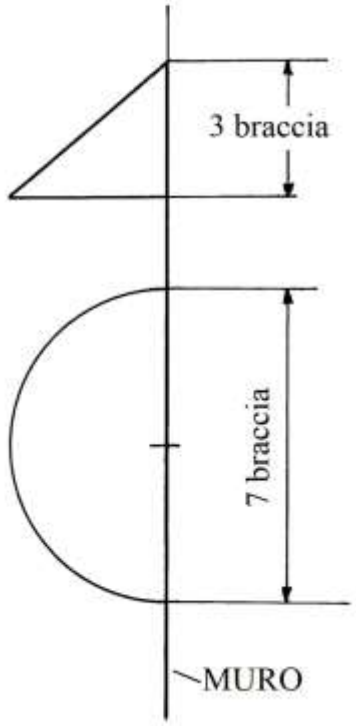
$V_{STAIA} = V * 9 = (38 + ½) * 9 = (346 + ½)$ staia.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Un secondo problema considera un monte di grano appoggiato a un muro: la base ha la forma di un semicerchio con diametro *d* lungo 7 braccia. Il monte ha altezza *h* = 7 braccia.

Il problema era contenuto nel trattato "*Le pratiche delle due prime matematiche*" di Pietro Cataneo, pur con differenti dimensioni. La principale fonte di Ciacchi per i problemi relativi ai *monti di grano* è il solito Forestani dal quale riprende testi e dati numerici.

Come Forestani, Ciacchi non offre una dettagliata soluzione del problema.



Ecco una possibile soluzione.

L'area S della base è data da:

$S = (11/14 * d^2)/2 = (11/14 * 7^2)/2 = (19 + ¼)$ braccia quadre.

Il volume V del monte è:

$V = S * h/3 = [(19 + ¼) * 3]/3 = (19 + ¼)$ braccia cubiche.

In staia, il volume è:

$V_{STAIA} = 9 * (19 + ¼) = (173 + ¼)$ staia.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Un terzo problema considera un monte di grano appoggiato a un canto di una sala. Anche questo problema è riprodotto da Forestani, mantenendo gli stessi dati numerici.

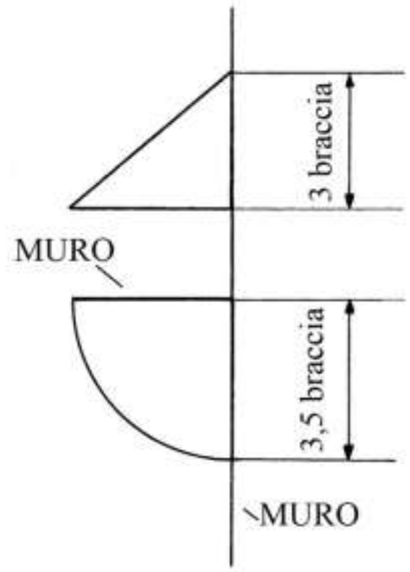
La base è un settore che ha la forma di *un quarto* di cerchio con raggio *r* lungo (3 + ½) braccia e il monte ha altezza h = 3 braccia.

La base ha area S:

$S = (22/7 * r^2)/4 = [22/7 * (3 + ½)^2]/4 = (22/7 * 49/4)/4 = (9 + 5/8)$ braccia quadre.

Il volume V è dato da:

$V = S * h/3 = [(9 + 5/8) *3]/3 = (9 + 5/8)$ braccia cubiche.



In staia, il volume è:

$V_{STAIA} = 9 * V = 9 * (9 + 5/8) = (86 + 5/8)$ staia.

QUESITO XV

Un tino circolare ha la forma di un tronco di cono.

Il diametro del fondo è di 4 braccia, quello della bocca è 3 ed è alto 3 braccia.

Il QUESITO chiede il volume in barili.

L'Autore propone *tre* differenti metodi.

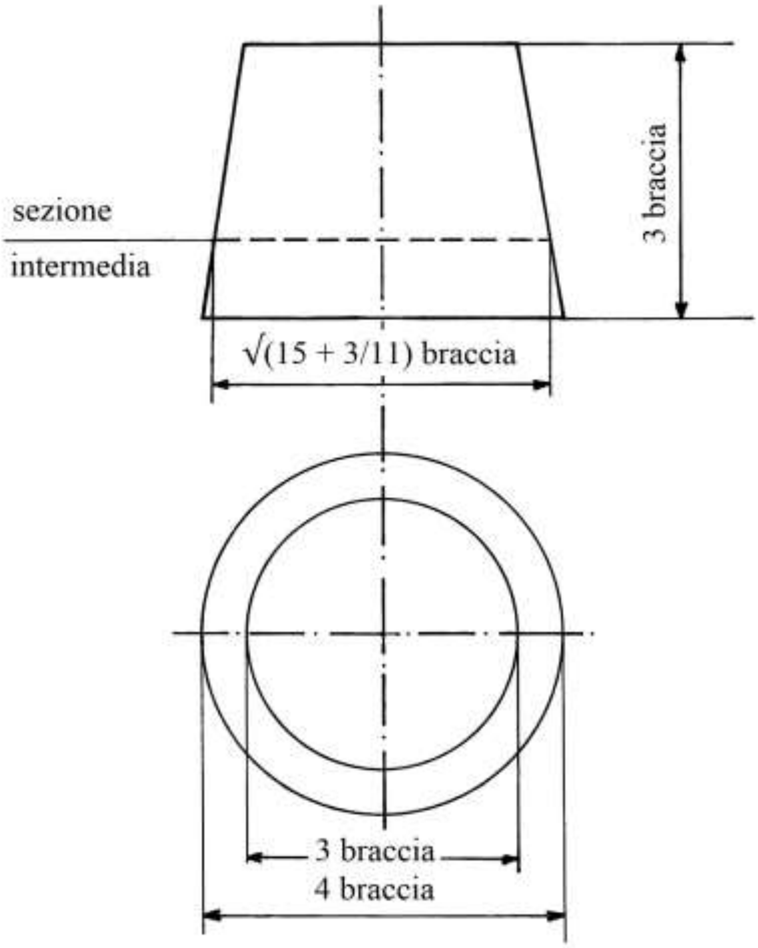
Il primo impiega la procedura che segue:

* moltiplicare la lunghezza del diametro del fondo per sé stessa: 4 * 4 = 16;
* moltiplicare la lunghezza del diametro della bocca per sé stessa: 3 * 3 = 9;
* moltiplicare i due quadrati: 16 * 9 = 144;
* estrarre la radice quadrata: √144 = 12 braccia quadre, area della s*ezione intermedia* del tino;

[Ciacchi omette i passi che seguono, contenuti nella soluzione di Forestani che egli ha copiato:
* moltiplicare per 14/11: 12 * (14/11) = (15 + 3/11), quadrato della lunghezza del diametro della *sezione intermedia*:

  $S = 11/14 * d^2$ e $d^2 = S * 14/11$;
* estrarre la radice quadrata: √(15 + 3/11) braccia, diametro della sezione intermedia];
* sommare i tre quadrati: 16 + 9 + 12= 37;
* moltiplicare per l'altezza e dividere per 3: [37 * 3]/3 = 37;
* moltiplicare per 11/14: 37 * 11/14 = (29 + 1/14) braccia cubiche, volume del tino;
* moltiplicare per 5 [1 braccio cubico equivale a 5 barili]:

  (29 + 1/14) * 5 = (145 + 5/14) barili.



Se il tino è riempito con uve pigiate, il volume del vino che può essere ricavato è inferiore di 1/3:

V_{VINO} = 2/3 * (145 + 5/14) = (96 + 19/21) barili di vino.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Il secondo metodo contiene i seguenti passi:

1. Sommare il diametro del fondo con quello della bocca: 4 + 3 = 7.
2. Dividere per 2: 7/2 = (3 + ½);
3. Moltiplicare per sé stesso: (3 + ½) * (3 + ½) = (12 + ¼).
4. Moltiplicare per 11/14: (12 + ¼) * 11/14 =
   = 9 + 12 [soldi] + 6 [denari] = 9.12.6 = [9 + 5/8].
5. Moltiplicare per l'altezza: [9.12.6] * 3 = 28.17.6 = [28 + 7/8] braccia cubiche, volume del tino.
6. Moltiplicare per 5: [28.17.6] * 5 = 144.7.6 = [144 + 3/8] barili.

- APPROFONDIMENTO -

La soluzione proposta da Ciacchi con il secondo metodo richiede qualche ulteriore informazione.

Il fiorino d'oro fu coniato a Firenze a partire dal 1252: inizialmente era ripartito in 240 denari e 12 denari valevano 1 soldo:

1 fiorino = 20 soldi = 240 denari e
1 soldo = 12 denari.

Anche il braccio da panno fiorentino era diviso in 20 soldi e ciascun soldo era ripartito in 12 denari.

Riproduciamo i passi dal n. 4 al n. 6.

4. Moltiplicare per 11/14: (12 + ¼) * 11/14 = (9 + 5/8) [braccia quadre].

Ciacchi converte il “rotto” (la frazione) 5/8 in denari e soldi:

(5/8) * 240 denari = 5 * 30 = 150 denari
(150/12) soldi = 12 soldi + 6 denari.

Ecco spiegato il calcolo fatto dall’Autore:

(9 + 5/8) = 9 braccia quadre + 12 soldi [di braccio quadro] + 6 denari [di braccio quadro] = 9.12.6 braccia quadre.

5. Moltiplicare per l’altezza: (9 + 5/8) * 3 = (28 + 7/8) braccia cubiche.

La frazione 7/8 è così convertita:

(7/8) * 240 denari = 7 * 30 = 210 denari
(210/12) soldi = 17 soldi + 6 denari.

Quindi, il calcolo di Ciacchi è:

(9.12.6) * 3 = 28.17.6 = (28 + 7/8) braccia cubiche.

6. Moltiplicare per 5: (28 + 7/8) * 5 = (144 + 3/8) barili.

La frazione 3/8 è convertita come segue:

(3/8) * 240 denari = 3 * 30 = 90 denari
(90/12) soldi = 7 soldi + 6 denari.

Ne consegue:

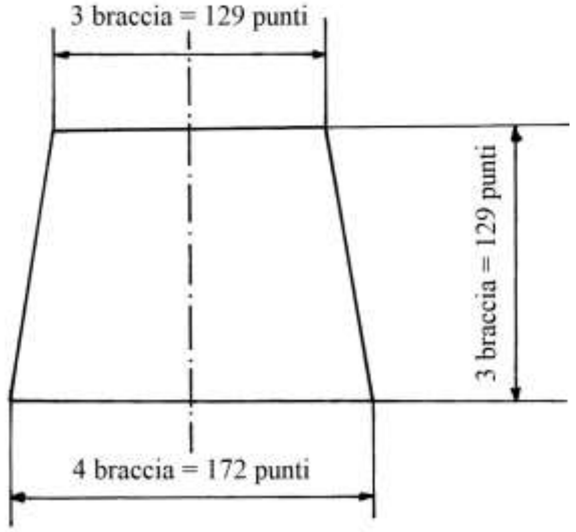
(144 + 3/8) barili = 144.7.6 barili.

Nota: con buona probabilità, Giuseppe Ciacchi è stato l’unico Autore ad aver usato la numerazione in soldi e in denari.

- -

Il terzo metodo impiega la misura delle dimensioni in *punti*.

L’Autore ricorda che in alcuni luoghi il braccio era diviso in 43, oppure 45 o in 48 punti. A suo avviso, la lunghezza di 43 punti per braccio si adattava maggiormente alla realtà ed era la misura rilevata da Lorenzo Forestani per il contado di Pescia.



Le lunghezze del tino espresse in punti divengono:

* il diametro della bocca: 3 * 43 = 129;
* il diametro del fondo: 4 * 43 = 172;
* l'altezza: 3 * 43 = 129.

La procedura usata dall'Autore ricalca quella del secondo metodo:

* sommare in diametri del fondo e della bocca: 172 + 129 = 301;
* dividere per 2: 301/2 = (150 + ½);
* moltiplicare per sé stesso: (150 + ½) * (150 + ½) = (22650 + ¼);
* moltiplicare per l'altezza del tino: (22650 + ¼) * 129 = (2921882 + ¼);
* dividere per 1000: (2921882 + ¼)/1000 = 2921,88225 fiaschi;
* dividere per 20: 2921,88225/20 = 146 barili + 2 fiaschi.

L'Autore ha utilizzato le seguenti equivalenze:

* 1000 punti [*cubici*] = 1 fiasco;
* 20 fiaschi = 1 barile.

- APPROFONDIMENTO -

L'Autore che ha più approfonditamente descritto l'uso dei *punti* (da lui chiamati *ponti*) nella misurazione dei volumi di tini e botti è stato il senese Giovanni Sfortunati.

Un altro Autore che ha utilizzato i *punti* è Lorenzo Forestani, il cui trattato – lo ripetiamo – sembra essere stato la principale fonte della Geometria di Ciacchi.

Proprio Forestani aveva introdotto l'uso del punto lungo 1/43 del braccio e Ciacchi lo ha seguito.

Sempre Forestani aveva fissato le due equivalenze poi utilizzate da Ciacchi:

* 1000 punti = 1 fiasco;
* 20 fiaschi = 1 barile.

Né Forestani né tantomeno Ciacchi hanno considerato un dato di fatto: moltiplicando due lunghezze espresse in punti si ottiene una superficie che dovrebbe essere misurata in *punti quadri* e moltiplicando una superficie misurata in questi ipotetici *punti quadri* per una lunghezza espressa in punti [lineari] si dovrebbe ottenere un volume misurato in *punti cubici*: solo in questo modo si possono spiegare le equivalenze fra punti [cubici] e le due unità di misura dei volumi dei liquidi quali sono i *fiaschi* e i *barili*.

Nei lavori di Forestani e di Ciacchi non vi è alcun cenno a considerazioni su questo tema.

- -

QUESITO XVI

Una botte ha i fondi con diametri uguali e lunghi (3 + 1/3) braccia.

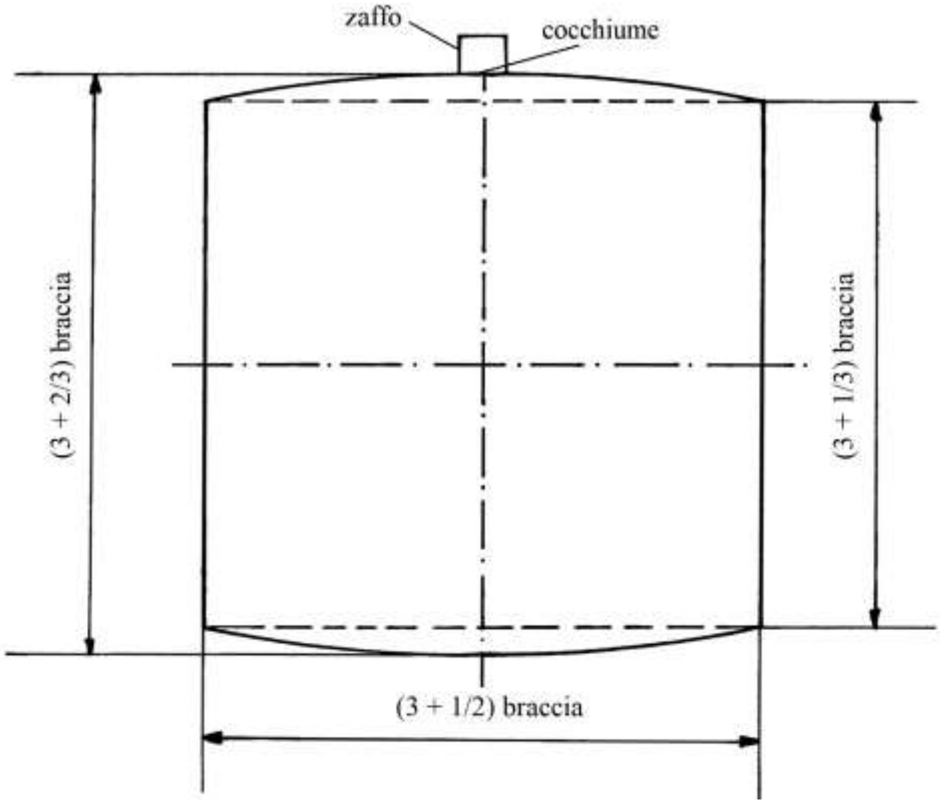
Al cocchiume il diametro è (3 + 2/3) e la distanza fra i due fondi + di (3 + ½) braccia.

Il QUESITO chiede il volume della botte misurato in braccia cubiche e in barili.

La procedura usata dall'Autore contiene i seguenti passi:

* sommare il diametro di un fondo con quello al cocchiume: (3 + 1/3) + (3 + 2/3) = 7;
* dividere per 2: 7/2 = (3 + ½);
* moltiplicare per sé stesso: (3 + ½) * (3 + ½) = (12 + ¼);
* moltiplicare per 11/14: (12 + ¼) * 11/14 = (9 + 5/8);
* moltiplicare per la distanza fra i fondi: (9 + 5/8) * (3 + ½) = 33.11.16 braccia cubiche [= 33 + 11/16 braccia cubiche];

*	moltiplicare per 5:	(33 + 11/16) * 5 = (168 + 7/16) barili =
= 168 barili + (8 + ¾) fiaschi.



- APPROFONDIMENTO -

Il prodotto (9 + 5/8) * (3 + ½) dà risultato (33 + 11/16) braccia cubiche.

La frazione 11/16 è così convertita:

(11/16) * 240 denari = 11 * 15 = 165 denari

(165/12) soldi = 13 soldi + 15 denari.

Il volume della botte espresso in braccia cubiche è:

V = 33.13.15 w non 33.13.*16*, come scrive Ciacchi.

Il volume misurato in barili è:

V_{BARILI} = (33.13.15) * 5 = (33 + 11/16) * 5 = (168 + 7/16) barili =
= 168 barili + (8 + ¾) fiaschi.

La frazione 7/16 è così convertita:

(7/16) * 240 denari = 105 denari

(105/12) soldi = 8 soldi + 9 denari.

Il volume in barili è:

V_{BARILI} = 168.8.9 barili.

- -

L'Autore propone un secondo esempio di botte le cui dimensioni sono espresse in *punti*:

* il fondo anteriore ha diametro lungo 104 punti;
* il fondo posteriore ha diametro di 106 punti;
* il diametro al cocchiume è 115 punti;
* la lunghezza misurata da un fondo all'altro è 105 punti.

È chiesto il volume della botte misurato in barili.

La soluzione contiene i seguenti passi:

*	sommare i diametri dei due fondi:	104 + 106 = 210;
*	dividere per 2:	210/2 = 105;
*	sommare con il diametro al cocchiume:	105 + 115 = 220;
*	dividere per 2:	220/2 = 110;
*	moltiplicare per sé stesso:	110 * 110 = 12100;
*	moltiplicare per la lunghezza della botte:	12100 * 105 = 1270500;
*	dividere per 1000:	1270500/1000 = (1270 + ½) fiaschi;
*	dividere per 20:	(1270 + ½)/20 = 63 barili + (10 + ½) fiaschi.

- APPROFONDIMENTO -

I calcoli effettuati con le lunghezze dei diametri espresse in *punti* non richiedono l'uso della costante 11/14: il quadrato della lunghezza di un diametro misurato in punti non viene moltiplicato per 11/14 per ricavare l'area di un cerchio.

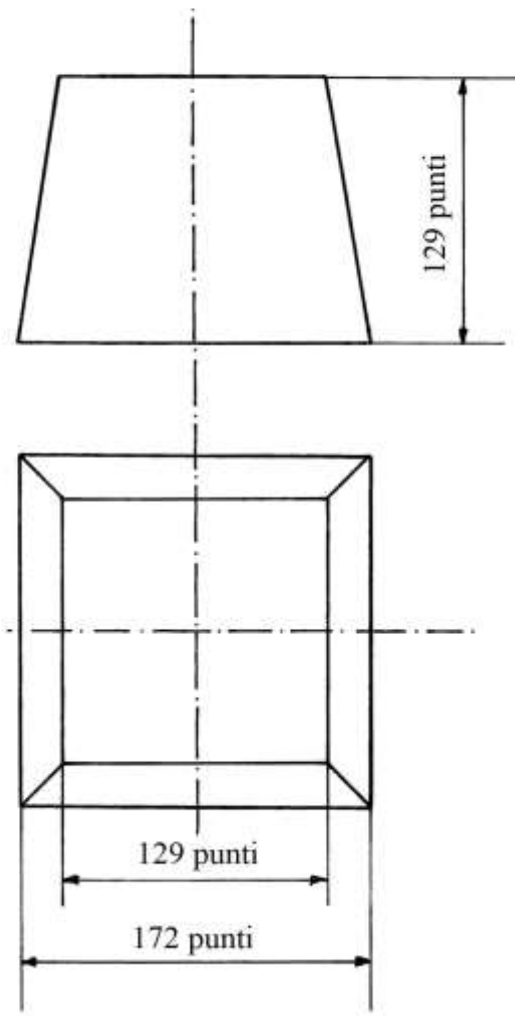
La costante sembrerebbe per così dire "incorporata" nel valore del rapporto intercorrente fra la lunghezza di un braccio e quella del punto, suo sottomultiplo.

Sia Sfortunati che Forestani calcolano i volumi usando le lunghezze misurate in *ponti* (il primo Autore) o *punti* (il secondo Autore) senza introdurre alcun correttivo quale la costante 11/14.

Forse, una spiegazione potrebbe essere ricavata da un approfondito studio del "*Nuovo Lume*" di Giovanni Sfortunati, Autore che nel suo trattato ha riservato molte pagine ai "ponti" corredando l'argomento con dettagliate tabelle.

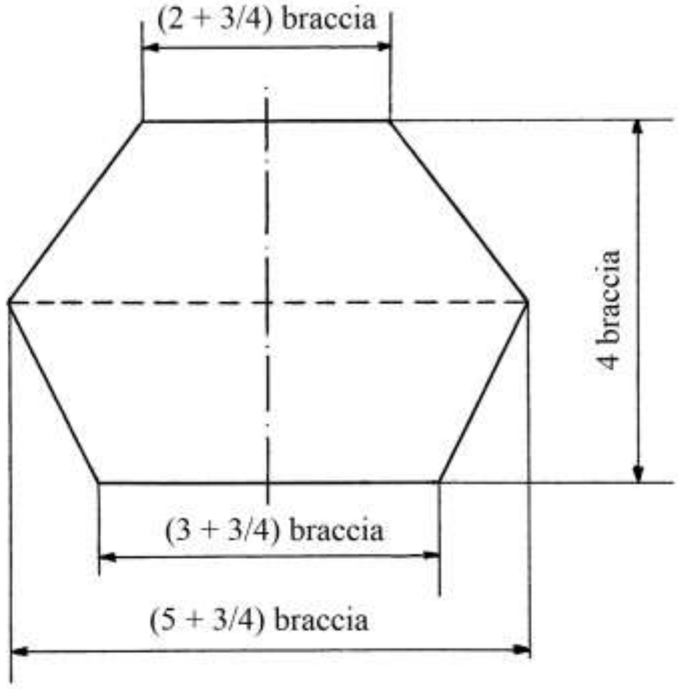
- -

Il tino del QUESITO XV, misurato in punti, con i metodi di calcolo impiegati dallo Sfortunati, poi dal Forestani e a seguire dal Ciacchi, viene di fatto ad essere assimilato a un *tronco di piramide cavo*:



QUESITO XVII

Una fossa o buca per il grano veniva costruita con una forma circolare e ricurva: più larga a metà altezza.



Una buca ha diametro al fondo lungo (3 + ¾) braccia, alla bocca (2 + ¾) e a metà altezza il diametro è (5 + ¾) braccia. È profonda 4 braccia.

Il problema chiede il volume della fossa espresso in staia secondo l'equivalenza:

1 braccio cubico = 9 staia.

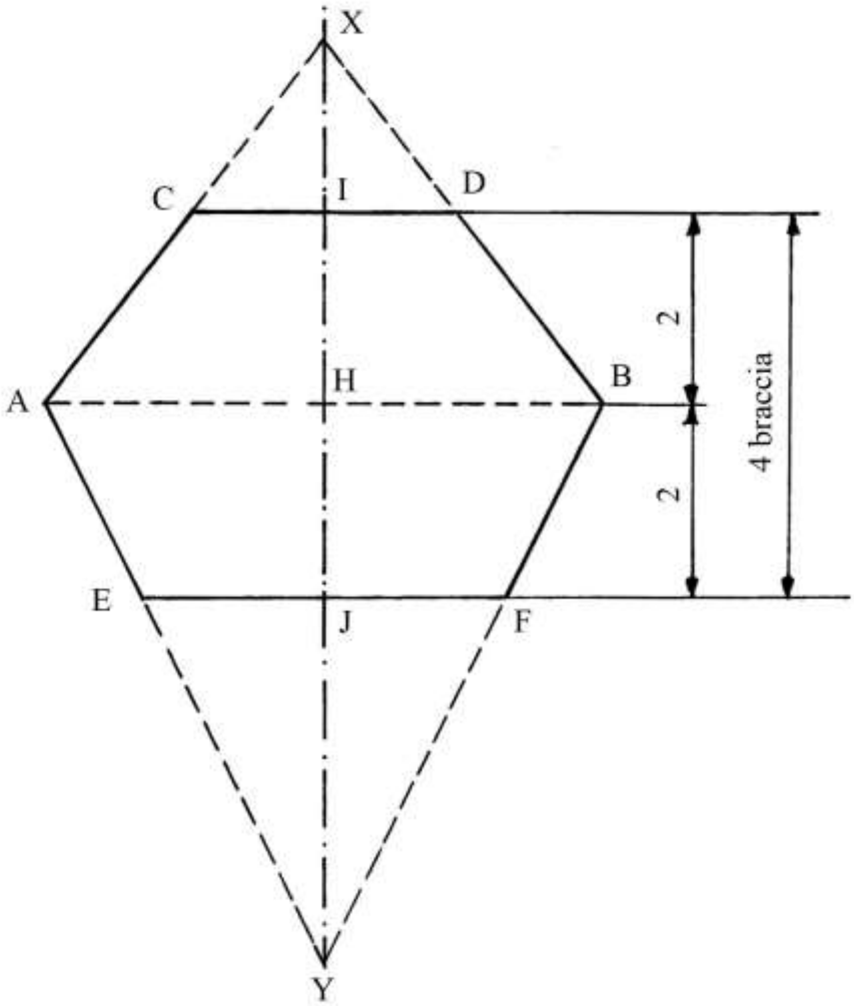
La soluzione proposta dall'Autore ricalca una da lui impiegata per calcolare il volume di una botte, come nel caso del QUESITO XVI:

* sommare il diametro al fondo con quello alla bocca: (3 + ¾) + (2 + ¾) = (6 + ½);
* dividere per 2: (6 + ½)/2 = (3 + ¼);
* sommare con il diametro a metà altezza: (3 + ¼) + (5 + ¾) = 9;
* dividere per 2: 9/2 = (4 + ½);
* moltiplicare per sé stesso: (4 + ½) * (4 + ½) = (20 + 1/4);
* moltiplicare per 11/14: (20 + ¼) * 11/14 = (15 + 51/56):
  [Ciacchi scrive: "15.51.56esimi"];
* moltiplicare per l'altezza: 4 * (15 + 51/56) = (63 + 9/14) braccia cubiche, volume della fossa;
  [Ciacchi scrive "63.9.14esimi"];
* moltiplicare per 9: (63 + 9/14) * 9 = (572 + 11/14) staia
  [di nuovo, l'Autore scrive "572.11.14esimi"].

- APPROFONDIMENTO -

Anche questo QUESITO è stato ripreso dal trattato di Lorenzo Forestani, solo con leggere modifiche delle lunghezze.

La fossa ha la forma di un doppio tronco di cono, come spiega lo schema che segue:



Il volume può essere ricavato in almeno due modi: ricostruendo i due coni AXBH e AYBH e sottraendo i coni tagliati CXDI e EYFJ.

I calcoli occorrenti sono piuttosto lunghi per cui è più utile e rapido impiegare la formula oggi conosciuta per ricavare il volume di un tronco di cono:

$$V = 1/3 * \pi * h * (R^2 + r^2 + R * r).$$

* *R* è il raggio della base maggiore del tronco di cono;
* *r* è il raggio della base minore del tronco di cono.

I raggi della fossa sono:

* AH = (5 + ¾)/2 = (2 + 7/8) braccia;
* CI = (2 + ¾)/2 = (1 + 3/8) braccia;
* EJ = (3 + ¾)/2 = (1 + 7/8) braccia.

Le altezze sono:

* IH = 2 braccia;
* JH = 2 braccia.

$V_{ACDB} = 1/3 * 22/7 * IH * (AH^2 + CI^2 + AH * CI) =$
$= 22/21 * 2 * [(2 + 7/8)^2 + (1 + 3/8)^2 + (2 + 7/8) * (1 +3/8)] =$
$= 44/21 * (8{,}265625 + 1{,}890625 + 3{,}393125) = 44/21 * 14{,}109375 = 29{,}5625$ braccia cubiche.

$V_{AEFB} = 1/3 * 22/7 * JH * (AH^2 + EJ^2 + AH * EJ) =$

$= 22/21 * 2 * [(2 + 7/8)^2 + (1 + 7/8)^2 + (2 + 7/8) * (1 + 7/8)] =$
$= 44/21 * (8,265625 + 3,515625 + 5,390625) = 44/21 * (17,9791667) = 35,9791667$ braccia cubiche.

$V_{FOSSA} = V_{ACDB} + V_{AEFB} = 29,5625 + 35,9791667 = 65,5416667$ braccia cubiche.

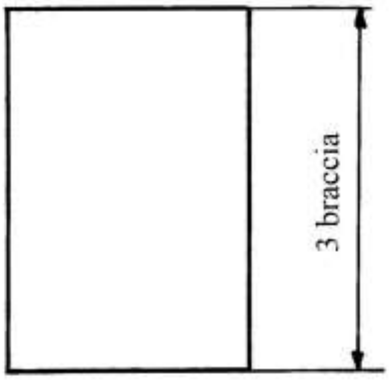
Il risultato è leggermente più alto di quello calcolato da Ciacchi: (63 + 9/14) braccia cubiche.

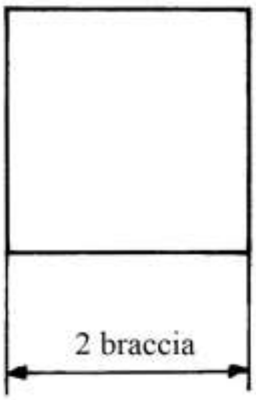
- -

<u>QUESITO XVIII</u>

Un trogolo è pieno di acqua fino alla sommità. Vi cade una pietra a forma di prisma quadrato: il lato del quadrato è lungo 2 braccia e il solido è alto 3 braccia.

Il QUESITO chiede quanti barili d'acqua fuoriusciranno dal trogolo.





Il volume V della pietra è:

$V = 2 * 2 * 3 = 12$ braccia cubiche.

Il volume dell'acqua che esce è:

$V_{ACQUA} = V * 5 = 12 * 5 = 60$ barili.

Ricordiamo che 1 braccio cubico vale 5 barili.

Un problema simile è contenuto nel trattato di Forestani.

QUESITO XIX

Due sacchi hanno uguali altezze: il primo ha volume di 6 staia e il secondo è (10 + 2/3) staia.

I due sacchi sono scuciti e poi riuniti per formare un unico sacco della stessa altezza dei due iniziali.

È chiesto il volume del nuovo sacco.

La soluzione contiene i seguenti passi:

* sommare i volumi dei due sacchi: 6 + (10 + 2/3) = (16 + 2/3);
* moltiplicare il volume del primo sacco per quello del secondo: 6 * (10 + 2/3) = 64;
* estrarre la radice quadrata: $\sqrt{64} = 8$;
* moltiplicare per 2: 8 * 2 = 16;
* sommare con (16 + 2/3): 16 + (16 + 2/3) = (32 + 2/3) staia, volume del sacco risultante dall'unione.

\- APPROFONDIMENTO -

La procedura può essere riassunta con una formula:

* V_1 = 6 staia è il volume del primo sacco;
* V_2 = (10 + 2/3) è il volume del secondo sacco;
* V_{FINALE} è il volume del sacco risultante dall'unione dei primi due:

$$V_{FINALE} = (V_1 + V_2) + 2 * \sqrt{(V_1 * V_2)}.$$

\- -

QUESITO XX

Un sacco ha volume di 48 staia. Esso deve essere diviso in *tre* sacchi uguali: è chiesto il volume di ciascuno di essi.

La soluzione contiene i seguenti passi:

* moltiplicare 3 per sé stesso: 3 * 3 = 9;
* dividere 48 per 9: 48/9 = (5 + 1/3) staia, volume di ciascuno dei tre sacchi.

Il volume complessivo dei tre sacchi è: (5 + 1/3) * 3 = 16 staia e cioè *un terzo* del volume del sacco da cui essi provengono:

16/48 = 1/3.

QUESITO XXI

Un uomo possiede quattro sacchi uguali: ciascuno di essi ha volume di 6 staia.

I quattro sacchi sono scuciti per formarne uno nuovo, con la stessa altezza.

La procedura risolutiva contiene i seguenti passi:

* moltiplicare 4 per sé stesso: 4 * 4 = 16;
* moltiplicare per il volume di un sacco iniziale: 16 * 6 = 96 staia, volume del sacco risultante dall'unione dei quattro iniziali.

Il sacco finale ha volume che è 4 volte quello della somma dei volumi dei quattro sacchi iniziali:

96/(6 * 4) = 96/24 = 4.

QUESITO XXII

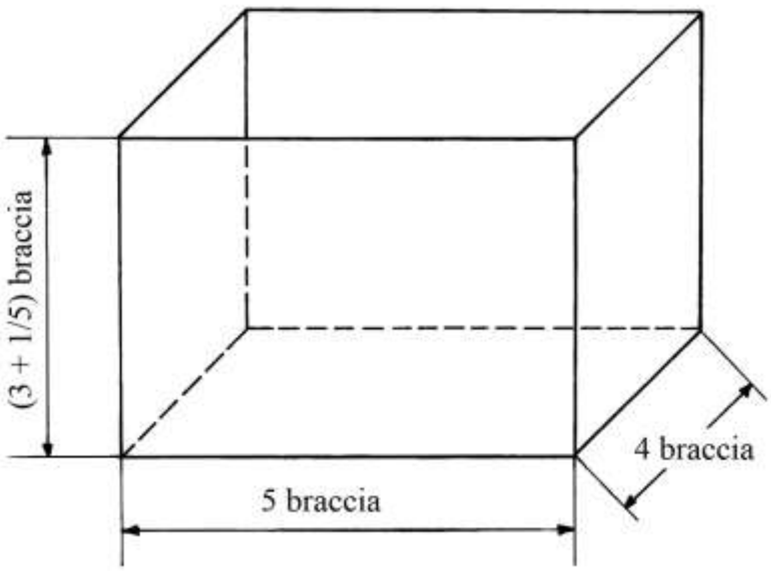
Per misurare il volume di un corpo irregolare come una statua di bronzo, di marmo o di pietra, l'Autore propone un metodo assai semplice.

Immergere il corpo da misurare in un vivaio pieno d'acqua al livello che possa ricoprire la statua e misurare la profondità dell'acqua. Poi rimuovere la statua e misurare il nuovo e più basso livello dell'acqua: moltiplicando la differenza di livello per l'area dello specchio d'acqua si ha il volume della statua.

QUESITO XXIII

Una pila da olio è un vaso di pietra a forma di parallelepipedo. Le sue dimensioni sono:

* lunghezza: 5 braccia;
* larghezza: 4 braccia;
* altezza: h = (3 + 1/5) braccia.



È chiesto il volume in barili dell'olio che può contenere.

L'area S della base è:

$S = 5 * 4 = 20$ braccia quadre.

Il volume V è:

$V = S * h = 20 * (3 + 1/5) = 64$ braccia cubiche.

Ciacchi cita l'uso di Firenze per il quale 1 braccio cubico equivaleva a (8 + ½) barili d'olio.

Ne consegue che il volume dell'olio è:

$V_{OLIO} = 64 * (8 + ½) = 544$ barili.

Un barile d'olio valeva 16 fiaschi: secondo l'Autore, 1 fiasco pesava (5 + ½) libbre per cui:

16 fiaschi = 16 * (5 + ½) = 88 libbre.

Secondo l'Autore:

"*Sono altri, che ricercano la tenuta solo di libbre, e ciò si farebbe moltiplicando le libbre 88, per esempio via le braccia corporee 64, produce libbre 5632. d'olio…*" (da p. 390 del testo).

- APPROFONDIMENTO -

Questa ultima soluzione suscita qualche perplessità.

Un braccio corporeo è un braccio cubico: è il volume di un cubo che ha spigoli lunghi 1 braccio da panno:

1 braccio [da panno] = 0,583626 m

1 braccio cubico = $0,583626^3 \approx 0,1988\ m^3$

Il barile valeva 1/5 del braccio cubico:

1 barile = $0,1988/5 \approx 0,03976\ m^3 = 3,976\ dm^3$.

Il peso specifico dell'olio di oliva è $0,916\ kg/dm^3$.

Un fiasco aveva volume:

1 fiasco = 1 barile/16 = 3,976/16 = $0,2485\ dm^3$.

Un fiasco conteneva:

0,2485 * 0,916 = 0,2276 kg di olio.

Secondo i dati riportati a p. 207 del Manuale di Angelo Martini, la libbra usata a Firenze corrispondeva a 0,339542 kg.

Non è possibile che, con i dati noti, il contenuto in olio di un fiasco pesasse ben (5 + ½) libbre.

Anteriormente al 1782 (ed anche abusivamente fino a questi ultimi tempi) si usava per le misure agrarie lo Stioro. Lo Stioro fiorentino si divideva in 12 Panora di 12 Pugnora di 12 Braccia quadre a terra; quindi lo Stioro fiorentino era uguale a 1728 Braccia quadre a terra, ossia 1541 $^1/_3$ Braccia quadre a panno.

La saccata di sementa viene valutata dagli agrimensori fiorentini 12 Stiora.

	ari
Saccata = 12 Stiora	63,000916
Stioro fiorentino = 12 Panora	5,250076
Panoro = 12 Pugnora . .	0,437506
Pugnoro = 12 Braccia quadre a terra	0,036459
Braccio quadro a terra . .	0,003038

Più precisamente il Pugnoro = metri quadri 3,645886, e il Braccio quadro a terra = m. q. 0,303824.

Misure di volume

	metri cubi
Catasta per le legna da ardere = 24 Braccia cube	4,771059
Catasta di commercio (usata abitualmente a preferenza della legale di 24 Braccia cube) = 18 Braccia cube .	3,578292
Traino per il legname da costruzione = 2 Braccia cube o 12 Bracciola	0,397588
Braccio cubo = 6 Bracciola od 8000 Soldi cubi	0,198794
Bracciolo = 12 Once di Traino (1333 $^1/_3$ Soldi cubi)	0,033132
Oncia di traino = 111 $^1/_9$ Soldi cubi	0,002761
Soldo cubo = 27 Quattrini cubi o 1728 Denari cubi	0,000025
Quattrino cubo = 64 Denari cubi	0,000001

Misure di capacità

Per gli aridi:

	litri
Moggio = 8 Sacca	584,708688
Sacco = 3 Staia	73,088586
Staio = 2 Mine	24,362862
Mina = 2 Quarti	12,181431
Quarto = 8 Mezzette . .	6,090715
Mezzetta = 2 Quartucci .	0,761339
Quartuccio	0,380668

Il sale si vende a peso.

Per il vino, l'acquavite, il rum e gli spiriti:

	litri
Soma da vino = 2 Barili .	91,168082
Barile da vino = 20 Fiaschi	45,584041
Fiasco = 2 Boccali	2,279204
Boccale = 2 Mezzette . .	1,139602
Mezzetta = 2 Quartucci .	0,569801
Quartuccio	0,284901

Per l'olio:

	litri
Soma da olio = 2 Barili .	66,857816
Barile da olio = 16 Fiaschi	33,428908
Fiasco = 2 Boccali o 4 Mezzette	2,089306
Boccale = 2 Mezzette . .	1,044653
Mezzetta = 2 Quartucci .	0,522326
Quartuccio	0,261163

Pesi

	chilogr.
Tonnellata = 2000 Libbre	679,084000
Migliaio = 1000 Libbre .	339,542000
Cantaro per la lana e i salumi = 160 Libbre . .	54,326720
Cantaro comune = 150 Libbre	50,931300
Centinaio o Quintale = 100 Libbre	33,954200
Libbra = 12 Once . . .	0,339542
Oncia = 24 Denari . . .	0,028295
Denaro = 24 Grani . . .	0,001179
Grano	0,000049

Per i medicinali:

	grammi
Libbra = 12 Once	339,542000
Oncia = 8 Dramme . . .	28,295167
Dramma = 3 Scrupoli . .	3,536896
Scrupolo = 24 Grani . .	1,178965
Grano	0,049124

Per l'oro, l'argento, e le monete:

	grammi
Libbra = 12 Once	339,542000
Oncia = 24 Denari . . .	28,295167
Denaro = 24 Grani . . .	1,178965
Grano = 48 Quarantottesimi	0,049123
Quarantottesimo	0,001023

Per le gioie:

	grammi
Carato = 4 Grani	0,196494
Grano	0,049123

Il Carato dividevasi usualmente in $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$ e $^1/_{32}$.

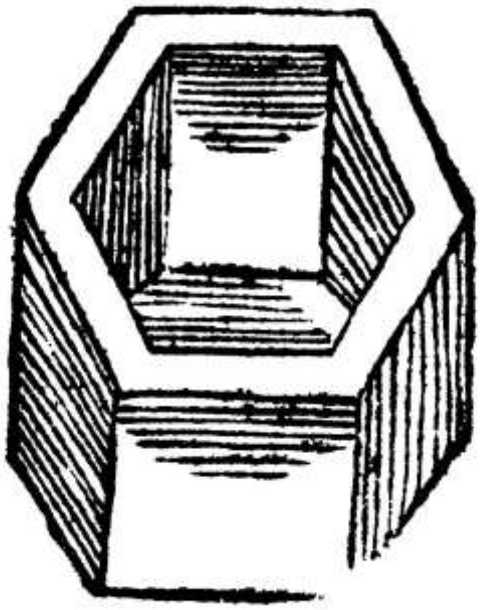
Il titolo dell'oro e dell'argento (anche delle monete) si esprimeva colla Libbra divisa in 24 Carati di 8 Ottavi per l'oro e in 12 Once di 24 Denari per l'argento.

QUESITO XXIV

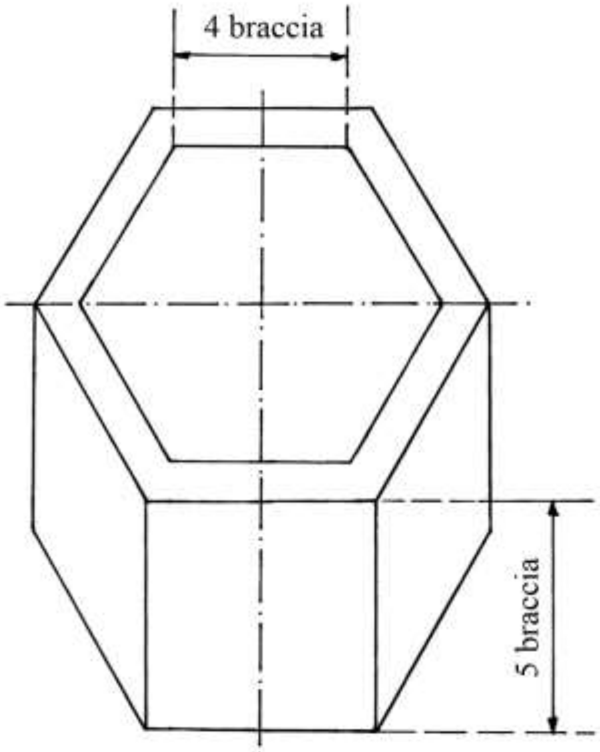
Un vano murato è usato per contenere olio. La sua forma è quella di un prisma cavo a base esagonale con i lati del poligono lunghi 4 braccia; il vaso è profondo 5 braccia.

Il problema chiede il volume, espresso in barili, dell'olio che può contenere.

Il solido è disegnato in una forma di assonometria che non scorcia gli spigoli obliqui: il *rapporto di fuga* è 1:



Le dimensioni del lato dell'esagono esterno non sono fornite ed è ignoto lo spessore del muro: la loro conoscenza non sarebbe di alcuna utilità per la soluzione del problema.



La superficie del fondo è calcolata dall'Autore impiegando la costante approssimata proposta da Erone di Alessandria (non citato neanche in questa occasione):

$S = (2 + 3/5) * \text{lato}^2 = 13/5 * 4^2 = (41 + 3/5)$ braccia quadre.

Il volume V del vano è:

$V = S * \text{profondità} = (41 +3/5) * 5 = 208$ braccia cubiche.

Il volume dell'olio è calcolato usando la proporzione

1 braccio cubico = (8 + ½) barili di olio e

$V_{OLIO} = V * (8 + ½) = 208 * (8 + ½) = 1768$ barili.

Ciacchi invece moltiplica la superficie S per (8 + ½):

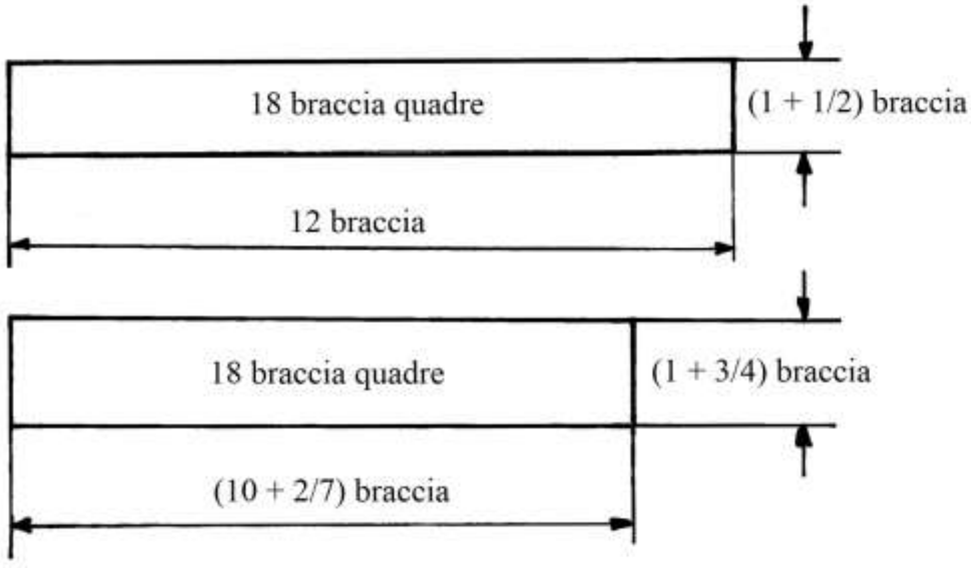
$S * (8 + ½) = (41 + 3/5) * (8 + ½) = (353 + 3/5)$ barili di olio, da 88 libbre ciascuno.

Il precedente APPROFONDIMENTO ha avanzato dei dubbi su questa soluzione: occorre sottolineare che egli considera la superficie del fondo (41 + 3,5), *espressa in braccia quadre*, come trasformata in *braccia quadre corporee* mediante la sua moltiplicazione per la costante (8 + ½).

QUESITO XXVI

Un *ferraiolo* è un ampio mantello a ruota. Un sarto deve realizzarne uno e il cliente gli chiede quante braccia di panno largo (1 + ½) braccia occorrono: serve un panno lungo 12 braccia.

Il sarto non trova panno largo (1 + ½) ma soltanto quello largo (1 + ¾) braccia.



Il problema chiede quale lunghezza di panno da (1 + ¾) braccia debba procurarsi il sarto.

La lunghezza cercata è così calcolata:

* l'area del panno occorrente è: 12 * (1 + ½) = 18 braccia quadre;
* dividere l'area per la larghezza di (1 + ¾): 18/(1 + ¾) = (10 + 2/7) braccia.

QUESITO XXVII

Una corda lunga 4 braccia lega un fascio di 64 bastoni. Il problema chiede il numero dei bastoni che saranno tenuti assieme da una corda lunga 6 braccia.

La soluzione contiene i seguenti passi:

* moltiplicare la lunghezza 4 per sé stessa: 4 * 4 = 16;
* moltiplicare la lunghezza 6 per sé stessa: 6 * 6 = 36;
* risolvere la proporzione

  16 : 64 bastoni = 36 : X bastoni da cui

  X bastoni = (64 * 36)/16 = 144 bastoni legati da una corda lunga 6 braccia.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

L'Autore propone poi il problema inverso, con gli stessi dati: se 4 braccia di corda legano 64 bastoni, quanta corda richiedono 144 bastoni? La soluzione è:

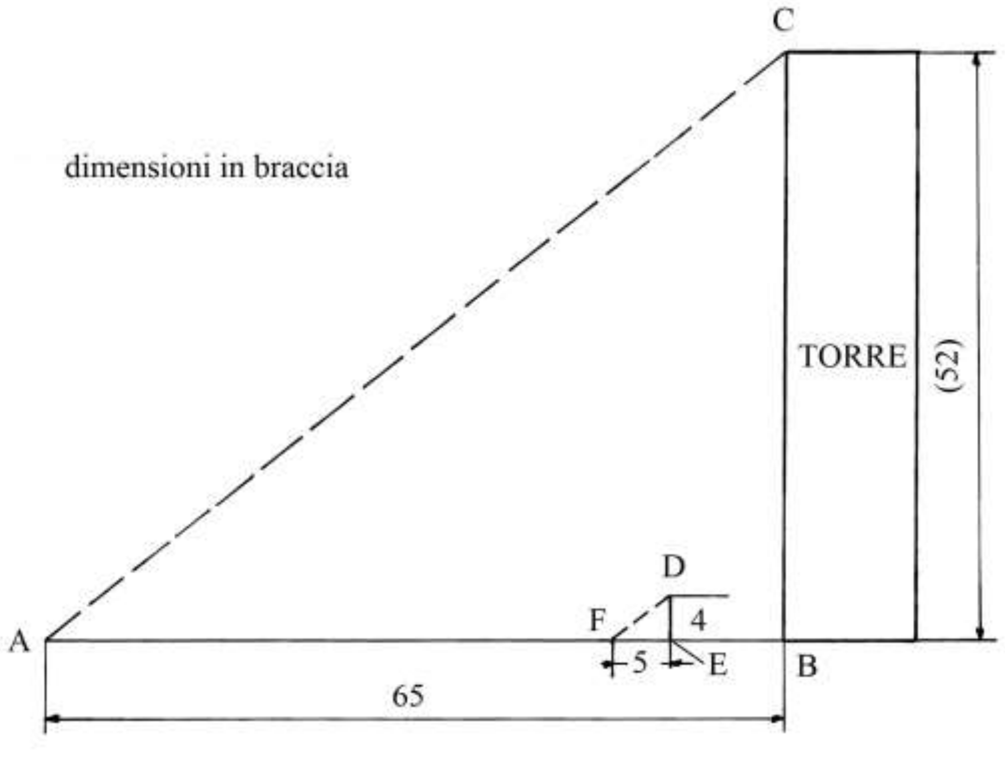
* moltiplicare la lunghezza 4 per sé stessa: 4 * 4 = 16;
* risolvere la proporzione

  64 bastoni : 16 = 144 bastoni : Y da cui

  Y = (16 * 144)/64 = 36;
* estrarre la radice quadrata: √36 = 6 braccia, lunghezza della corda che lega 144 bastoni.

MISURARE L'ALTEZZA DI UNA TORRE

Una torre proietta sul terreno un'ombra lunga 65 braccia: è AB.



Sul terreno è conficcata verticalmente l'asta DE che è lunga 4 braccia: essa determina l'ombra EF che è 5 braccia.

Il problema chiede l'altezza della torre, CB.

ABC e DEF sono due triangoli rettangoli simili per cui si ha la seguente proporzione:

AB : FE = BC : DE

65 : 5 = BC : 4

BC = (65 * 4)/5 = 52 braccia, altezza della torre.

Bibliografia

1. Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, “I manoscritti Palatini – Vol. III, fasc. 1”, a cura di P. L: Rambaldi e A. Saitta Revignas, “La Libreria dello Stato”, Roma, 1950, pp. 484.
2. Cataneo Pietro, “Le pratiche delle due prime matematiche”, Venezia, Giuseppe Griffio, 1567, pp. 88.
3. “L’architettura di Pietro Cataneo Senese”, Venezia, Eredi di Aldo Manuzio, 1567, pp. 217.
4. Ciacchi Giuseppe, “Regole generali d’abbaco con le sue dichiarazioni e prove secondo l’uso praticato da’ più periti aritmetici”, Firenze, stamperia Vangelisti, Vincenzo & Matini, Piero, 1679, pp. 398.
5. Forestani Lorenzo, “Pratica d’Arithmetica e Geometria”, Siena, Stamperia del Pubblico, 1682, pp. 574.
6. Martini Angelo, “Manuale Di Metrologia: Ossia, Misure, Pesi e Monete in Uso Attualmente E Anticamente Presso Tutti I Popoli”, Torino, Ermanno Loescher, 1883, pp. VIII+904.
7. Mazur Joseph, “Storia dei simboli matematici”, Milano, Il Saggiatore, 2022, trad. it., pp. 387.
8. Sfortunati Giovanni, “Nuovo Lume”, Venezia, Francesco del Leno, 1561.